

Université
de Toulouse

THÈSE

En vue de l'obtention du DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Institut National Polytechnique de Toulouse (INP Toulouse)

Discipline ou spécialité :

Hydrologie, Hydrochimie, Sol, Environnement (H2SE)

Présentée et soutenue par :

NGUYEN Thanh Don

le : mardi 6 novembre 2012

Titre :

Impact de la résolution et de la précision de la topographie sur la modélisation
de la dynamique d'invasion d'une crue en plaine inondable

Ecole doctorale :

Sciences de l'Univers, de l'Environnement et de l'Espace (SDU2E)

Unité de recherche :

Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse - IMFT

Directeur(s) de Thèse :

Denis DARTUS, Professeur des universités, Institut National Polytechnique de Toulouse

Van Lai HOANG, Professeur associé, Institut de Mécanique de Hanoi

Rapporteurs :

Kim Dan Nguyen, Professeur, Université PARIS-EST

Sylvain Guillou, Dr-HDR, Maître de conférences, LUCAS/ESIX

Van Uu DINH, Professeur des universités, Université Nationale du Vietnam à Hanoi

Membre(s) du jury :

Sylvain Ouillon, Directeur de Recherche au CEGOS, Président du jury

Sylvain Guillou, Dr-HDR, Maître de conférences, LUCAS/ESIX

Van Uu DINH, Professeur des universités, Université Nationale du Vietnam à Hanoi

Dinh Tri BUI, Professeur associé, Institut de Mécanique de Hanoi

Jérôme MONNIER, Professeur des universités, INSA de Toulouse

Résumé

Nous analysons dans cette thèse différents aspects associés à la modélisation des écoulements à surface libre en eaux peu profondes (Shallow Water). Nous étudions tout d'abord le système d'équations de Saint-Venant à deux dimensions et leur résolution par la méthode numérique des volumes finis, en portant une attention particulière sur les aspects hyperboliques et conservatifs. Ces schémas permettent de traiter les équilibres stationnaires, les interfaces sec/mouillé et aussi de modéliser des écoulements subcritique, transcritique et supercritique. Nous présentons ensuite la théorie de la méthode d'assimilation variationnelle de données adaptée à ce type d'écoulement. Son application au travers des études de sensibilité est longuement discutée dans le cadre de l'hydraulique à surface libre.

Après cette partie à caractère théorique, la partie tests commence par une qualification de l'ensemble des méthodes numériques qui sont implémentées dans le code DassFlow, développé à l'Université de Toulouse, principalement à l'IMT mais aussi à l'IMFT. Ce code résout les équations Shallow Water par une méthode de volumes finis et est validé par comparaison avec les solutions analytiques pour des cas tests classiques. Ces mêmes résultats sont comparés avec un autre code d'hydraulique à surface libre aux éléments finis en deux dimensions, Telemac 2D.

Une particularité notable du code DassFlow est de permettre l'assimilation variationnelle de données grâce au code adjoint permettant le calcul du gradient de la fonction coût. Ce code adjoint a été obtenu en utilisant l'outil de différentiation automatique Tapenade (Inria).

Nous testons ensuite sur un cas réel, hydrauliquement complexe, différentes qualités de Modèles Numériques de Terrain (MNT) et de bathymétrie du lit d'une rivière. Ces informations proviennent soit d'une base de données classique type IGN, soit d'informations LIDAR à très haute résolution. La comparaison des influences respectives de la bathymétrie, du maillage et du type de code utilisé, sur la dynamique d'inondation est menée très finement.

Enfin nous réalisons des études cartographiques de sensibilité aux paramètres du modèle sur DassFlow. Ces cartes montrent l'influence respective des différents paramètres ou de la localisation des points de mesure virtuels. Cette localisation optimale de ces points est nécessaire pour une future assimilation de données efficiente.

Mots clefs : Modèle hydraulique distribué à base physique, méthode de l'état adjoint, estimation de paramètres, ruissellement, équations de Saint-Venant, schéma équilibré, volume fini, reconstruction hydrostatique, terme source, frottement, eau peu profonde, flux numériques, solutions analytiques.

Abstract

We analyze in this thesis various aspects associated with the modeling of free surface flows in shallow water approximation. We first study the system of Saint-Venant equations in two dimensions and its resolution with the numerical finite volumes method, focusing in particular on aspects hyperbolic and conservative. These schemes can process stationary equilibria, wet-dry interfaces and model subcritical, transcritical and supercritical flows. After, we present the variational data assimilation method theory fitted to this kind of flow. Its application through sensitivity studies is fully discussed in the context of free surface water.

After this theoretical part, we test the qualification of numerical methods implemented in the code Dassflow, developed at the University of Toulouse, mainly at l'IMT, but also at IMFT. This code solves the Shallow Water equations by finite volume method and is validated by comparison with analytical solutions for standard test cases. These results are compared with another hydraulic free surface flow code using finite elements in two dimensions: Telemac2D.

A significant feature of the Dassflow code is to allow variational data assimilation using the adjoint method for calculating the cost function gradient. The adjoint code was obtained using the automatic differentiation tool Tapenade (INRIA).

Then, the test is carried on a real hydraulically complex case using different qualities of Digital Elevation Models (DEM) and bathymetry of the river bed. This information are provided by either a conventional database types IGN or a very high resolution LIDAR information. The comparison of the respective influences of bathymetry, mesh size, kind of code used on the dynamics of flooding is very finely explored.

Finally we perform sensitivity mapping studies on parameters of the Dassflow model. These maps show the respective influence of different parameters and of the location of virtual measurement points. This optimal location of these points is necessary for an efficient data assimilation in the future.

Keywords: Hydraulic model distributed physically based, the adjoint state method, estimates of parameters, runoff, Saint-Venant equation, balanced scheme, finite volume, hydrostatic reconstruction, source term, friction, FORTRAN, shallow water, numerical flux, analytical solutions.

Tóm tắt

Trong luận án này một số vấn đề khác nhau liên quan đến việc mô phỏng dòng nước nông (Shallow Water) sẽ được trình bày. Trước tiên, chúng tôi sẽ nghiên cứu hệ phương trình Saint-Venant hai chiều và giải chúng bằng phương pháp số thể tích hữu hạn, đặc biệt chú ý tới tính hyperbol và tính bảo toàn. Các sơ đồ này cho phép mô phỏng trạng thái cân bằng dừng, mô phỏng sự lan truyền mặt tiếp giáp khô/ướt, mô phỏng các loại chế độ dòng chảy: dòng chảy êm, dòng chảy xiết và đặc biệt dòng chảy gián đoạn kiểu chuyển ngưỡng qua sốc. Tiếp theo, chúng tôi sẽ trình bày đầy đủ cơ sở lý thuyết toán học của phương pháp đồng hóa số liệu biến phân, triển khai phương pháp cho hệ phương trình Saint-Venant hai chiều, nghiên cứu phân tích về độ nhạy cảm của các tham số.

Tiếp theo phần lý thuyết, các bài toán mẫu sẽ được thử nghiệm để thẩm định phương pháp số thể tích hữu hạn đã được sử dụng trong phần mềm DASSFLOW. Phần mềm này được phát triển tại Viện Toán học Toulouse có sự hợp tác với Viện Cơ học Chất lỏng Toulouse. Các bài toán mẫu chuẩn với các lời giải giải tích sẽ được đem so sánh (Delestre 2010 và SWASHES: Thư viện các lời giải giải tích cho các nghiên cứu Thủy lực và Môi trường). Các kết quả này cũng được so sánh với kết quả của phần mềm nổi tiếng Telemac giải bằng phương pháp phần tử hữu hạn hai chiều.

Điểm nổi bật của phần mềm DASSFLOW hơn các phần mềm khác là nó có chức năng đồng hóa số liệu biến phân do có tích hợp phần mã liên hợp để tính gradient hàm mục tiêu. Phần mã liên hợp này được viết bằng công cụ đạo hàm tự động Tapenade (Inria) cho phần thủy động lực học.

Tiếp theo chúng tôi sẽ tiến hành thử nghiệm dùng phần mềm trên mô phỏng một trường hợp dòng chảy có điều kiện thủy lực phức tạp trong thực tế. Số liệu độ cao địa hình từ các cơ sở dữ liệu có độ phân giải khác nhau. Các nguồn số liệu này được cung cấp bởi: cơ sở dữ liệu IGN các số liệu có độ phân giải thông thường, hoặc bởi LIDAR các số liệu đo đạc từ công nghệ mới với độ phân giải và độ chính xác rất cao. Sau đó chúng tôi sẽ phân tích so sánh kết quả tính toán dưới các ảnh hưởng của độ độ phân giải của số liệu, của kích cỡ lưới và của các phương pháp số được sử dụng trong các phần mềm.

Cuối cùng chúng tôi phân tích độ nhạy cảm của hàm mục tiêu đối với các tham số của mô hình thông qua các các hình ảnh biểu diễn. Các bản đồ này chỉ ra ảnh hưởng tương ứng của từng tham số khác nhau tới hàm mục tiêu với các điểm đo khác nhau.

Từ khóa: Mô hình Thủy lực, phương pháp liên hợp, đánh giá tham số, dòng chảy tràn, phương trình Saint-Venant, sơ đồ cân bằng, thể tích hữu hạn, sơ đồ thiết lập thủy tĩnh, thành phần nguồn, ma sát, nước nông, hàm dòng, lời giải giải tích.

Remerciements

Ce travail de thèse a été réalisé au sein du groupe Hydrologie de Surface et Eco hydraulique (HYDROECO), de l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse, UMR CNRS 5502 à l'aide des logiciels DASSFLOW, TELEMAC, Tecplot, Gnuplot, paraview, gfortran, g++ et doxygen.

Ces années de thèse furent pour moi une réelle expérience scientifique, professionnelle et humaine. De nombreuses personnes ont contribué à l'aboutissement de ce travail et je souhaite ici les remercier.

Tout d'abord je tiens à remercier l'Academy of Science and Technology du Vietnam, le ministre de l'Education et de la Formation Vietnamien et l'ambassade de France au Vietnam qui m'ont permis de rencontrer monsieur François-Xavier LE DIMET de l'INRIA de Grenoble, monsieur Kim Dan NGUYEN du Laboratory Saint-Venant for Hydraulics autour du simulateur d'écoulements hydrauliques et de méthodes d'assimilations de données. C'est ainsi que mon sujet de thèse a vu le jour.

J'exprime mes plus vifs remerciements à mes directeurs de thèse monsieur Denis DARTUS, monsieur Jérôme MONNIER et monsieur Van Lai HOANG pour m'avoir offert la possibilité de réaliser ce travail. Malgré ses lourdes fonctions administratives, Denis a fait preuve d'un soutien, d'une totale confiance à mon égard. Jérôme a toujours été disponible et j'ai vraiment apprécié la possibilité que j'ai eu d'orienter ma thèse comme je le souhaitais. Van Lai a dirigé mes premiers pas sur le domaine du calcul scientifique et de l'informatique lié à cette thèse.

Je voudrais exprimer toute ma gratitude à monsieur Kim Dan NGUYEN, monsieur Sylvain GUILLOU, monsieur Sylvain OUILLON, monsieur Dinh Tri BUI et monsieur Van Uu DINH d'avoir accepté de rapporter cette thèse. Leurs commentaires ont permis d'améliorer la précision de ce mémoire.

Un grand merci à tous les membres du Groupe HYDROECO pour les discussions et les conseils. C'est une vraie chance que j'ai eu de pouvoir bénéficier de l'apport du projet l'ESPRIT.

Merci à monsieur Kevin LARNIER, monsieur Jacques CHORDA, madame Marie-Madeleine MAUBOURGUET, madame Hélène ROUX, madame Pascale LAURENS, monsieur Ronan MADEC, monsieur Denis DARTUS, monsieur Jérôme MONNIER, pour les nombreuses discussions, conseils, et leurs contributions à ce document.

Merci aussi de m'avoir accueilli en thèse à l'IMFT et pour les repas en famille.

Je remercie à monsieur Huy Can NGO et mes collègues Vietnamiens de l'Institut Mécanique de Hanoi pour leurs disponibilités, leurs gentillesse et leurs conseils tout au long de ces années de thèse.

Je tiens à exprimer toute ma considération et tous mes remerciements au personnel administratif du laboratoire pour sa disponibilité et son efficacité, en particulier Madame Dominique HAUW, Madame Sylvie SENNY. Elles ont été pour moi des guides au travers de la jungle administrative.

Merci à ma famille pour son soutien.

Table des matières

1	INTRODUCTION	19
	PHẦN MỞ ĐẦU	21
2	TỔNG QUAN.....	23
2.1	Mô hình thủy lực dòng chảy nước nông.....	23
2.2	Các biến thể của mô hình Saint-Venant	25
2.2.1	Mô hình Saint-Venant một chiều	25
2.2.2	Mô hình giả hai chiều.....	26
2.2.3	Mô hình 2D	27
2.2.4	Các xấp xỉ của mô hình Saint Venant	28
2.2.5	Xấp xỉ sóng động học.....	29
2.2.6	Xấp xỉ sóng khuếch tán	30
2.2.7	Hệ thống hóa phân loại hệ số ma sát.....	30
2.3	Các phương pháp số.....	31
2.3.1	Phương pháp phần tử hữu hạn.....	32
2.3.2	Phương pháp thể tích hữu hạn	33
2.3.1	Các giải pháp xấp xỉ, sơ đồ cân bằng, xử lý các thành phần nguồn.....	40
2.4	Mô hình liên hợp.....	45
2.4.1	Hệ phương trình xuôi.....	45
2.4.2	Hàm mục tiêu	46
2.4.3	Hệ phương trình tuyến tính	47
2.4.4	Hệ phương trình liên hợp.....	48
2.4.5	Hệ phương trình tối ưu	50
3	CÁC PHƯƠNG PHÁP SỐ.....	51
3.1	Các phần mềm được sử dụng.....	51
3.1.1	Phần mềm TELEMAC 2D	51

3.1.2	Phần mềm DASSFLOW.....	52
3.2	Subroutine tìm cực trị M1QN3	52
3.3	Phương pháp tạo lưới	55
3.3.1	Tạo lưới tam giác	55
3.3.2	Lưới tứ giác.....	56
3.3.3	Vỡ đập trên đáy ướt.....	58
3.3.4	Dòng chảy trên ụ hình parabol	62
3.3.5	Thacker : kiểm tra việc chuyển đổi khô/ướt	69
3.3.6	Kết luận trên bài toán mẫu	72
4	SITE D’ETUDE LA LEZE.....	73
4.1	Hydrologie de la Lèze	74
4.1.1	La crue de 2000.....	75
4.2	Les données topographiques.....	77
4.2.1	BD Topo.....	77
4.2.2	Modèle numérique de terrain par balayage laser (LIDAR)	77
4.3	Choix du site d’étude	78
4.4	Bathymétrie et configuration du problème	80
5	ETUDE DE L’INFLUENCE DE LA RESOLUTION DU MAILLAGE ET DE LA TOPOGRAPHIE	83
5.1	Présentation	83
5.1.1	Les maillages	84
5.1.2	Condition initiale	85
5.1.3	Les conditions aux limites du problème:.....	86
5.2	Analyse cartographique de l’influence du maillage	87
5.2.1	Comparaison à l’initialisation Telemac 2D / DassFlow pour tous les maillages à 3h.....	87
5.2.2	Comparaison Telemac 2D / DassFlow pour tous les maillages à 6h.....	89
5.2.3	Comparaison Telemac 2D / DassFlow pour tous les maillages à 12h.....	90
5.2.4	Comparaison Telemac 2D / DassFlow pour tous les maillages à 18h.....	91
5.2.5	Comparaison Telemac 2D / DassFlow pour tous les maillages à 24h.....	92

5.2.6	<i>Comparaison Telemac 2D / DassFlow pour tous les maillages à 30h</i>	93
5.2.7	<i>Comparaison Telemac 2D / DassFlow pour tous les maillages à 36h</i>	94
5.2.8	<i>Comparaison Telemac 2D / DassFlow pour tous les maillages à 42h</i>	95
5.2.9	<i>Comparaison Telemac 2D / DassFlow pour tous les maillages à 48h</i>	96
5.2.10	<i>Comparaison Telemac 2D / DassFlow pour tous les maillages à 54h</i>	97
5.3	Analyse globale de l'influence du maillage	98
5.4	Analyse locale de l'influence du maillage	99
5.4.1	<i>Sections d'analyse retenues</i>	99
5.4.2	<i>Comparaison de l'initialisation de Telemac et Dassflow pour tous les maillages à 3h</i>	100
5.4.3	<i>Comparaison Telemac/Dassflow pour la section 1 à t=4h</i>	101
5.4.4	<i>Comparaison Telemac/Dassflow pour la section 2 à t=18h et 19h</i>	104
5.4.5	<i>Comparaison Telemac/Dassflow pour la section 3 à t=20h et 22h</i>	107
5.5	Etude de sensibilité au Manning avec DassFlow dans le cadre des expériences jumelles	110
5.5.1	<i>Description de la méthode</i>	110
5.5.2	<i>Cartes de sensibilité temporelle au Manning et à la bathymétrie</i>	111
5.5.3	<i>Cartes de sensibilité intégrée temporellement au Manning</i>	117
5.6	Conclusion partielle	119
6	PERSPECTIVES	121
7	CONCLUSION	127
8	BIBLIOGRAPHIE	129

Table des figures

Figure 2-1 : Adhémar Jean-Claude Barré de Saint-Venant	23
Figure 2-2 : Các biến của hệ Saint-Venant 2 chiều.....	24
Figure 2-3 : Hiện thị việc mô phỏng vùng ngập tràn đã được chia ô	27
Figure 2-4 : Rời rạc miền tính bằng các phần tử tam giác (lưới không cấu trúc)	32
Figure 2-5: Các phần tử liên kề U_G và U_D	34
Figure 2-6: Quá trình vỡ đập a) Mức nước ban đầu b) Mức nước ở một thời điểm sau khi đập vỡ c) Phân bố vận tốc tại thời điểm tương ứng d) sơ đồ sóng trên mặt phẳng x-t.....	36
Figure 2-7: Sơ đồ sai phân ngược dòng Godounov cho dòng chảy một chiều a) Thể tích kiểm tra trên trục Ox b) Trạng thái ban đầu trên mỗi thể tích c) Cấu trúc nghiệm của bài toán Riemann tại các dao diện (xem Toro, E.F [2000])	39
Figure 2-8 : Hai phần tử liên kề và tính chất bất biến đối với phép quay.....	40
Figure 3-1 : Phép tam giác hóa Delaunay với tất cả các vòng tròn ngoại tiếp và tâm của nó (màu đỏ).....	56
Figure 3-2 : nối tất cả các tâm của đường tròn ngoại tiếp tạo ra sơ đồ Voronoï (màu đỏ).....	56
Figure 3-3 : chia một mặt cắt ngang của đường ray bằng phương pháp trực tiếp.....	57
Figure 3-4 : lưới tứ giác thu được từ lưới tam giác : mặt cắt một loại vật liệu.....	57
Figure 3-5: So sánh chiều cao mực nước tại thời điểm $t = 6$ s.....	59
Figure 3-6: Tốc độ dọc tại $t = 6$ s	60
Figure 3-7: Dòng (Flux) HLLC : So sánh chiều cao mực nước tại thời điểm $t = 6$ s	61
Figure 3-8: Flux HLLC : So sánh tốc độ tại thời điểm $t = 6$ s	61
Figure 3-9: Trạng thái cân bằng tĩnh.....	63
Figure 3-10 : Trạng thái cân bằng tĩnh với dịch chuyển khô/ướt.....	63
Figure 3-11: Chế độ dòng chảy êm trên một ụ – so sánh với lời giải giải tích	64
Figure 3-12 : Dòng chảy êm ở trạng thái cân bằng	65

Figure 3-13: Dòng chảy chuyển ngưỡng trên ụ	66
Figure 3-14 : Dòng chảy chuyển ngưỡng cân bằng.....	66
Figure 3-15: Dòng chảy chuyển ngưỡng với bước (TELEMAC 2D phần tử hữu hạn)	67
Figure 3-16: Dòng chảy vượt tới hạn với bước nhảy (TELEMAC 2D thể tích hữu hạn)	68
Figure 3-17: Dòng chảy chuyển ngưỡng bước nhảy ở trạng thái cân bằng dừng.....	69
Figure 3-18: Bài toán kiểm tra Thacker (EF), mặt thoát tại vị trí ban đầu, một nửa chu kỳ, một chu kỳ, 3/2 chu kỳ	71
Figure 3-19: Bài toán kiểm tra Thacker (EF), mặt thoát tại vị trí ban đầu, một nửa chu kỳ, một chu kỳ, 3T/2 chu kỳ.....	71
Figure 3-20: Bài toán kiểm tra Thacker (EF), mặt thoát tại vị trí ban đầu, một nửa chu kỳ, một chu kỳ, 3/2 chu kỳ	72
Figure 4-1 : La Lèze à Lézat sur Lèze.....	73
Figure 4-2 : Débit moyen mensuel de La Lèze (en m ³ /s) mesuré à la station hydrologique de Labarthe-sur-Lèze. Données calculées sur 41 ans.....	74
Figure 4-3 : Pluviogramme établi d'après les données Météo France.....	75
Figure 4-4 : Isohyètes de la pluie des 9,10,11 juin (cumuls sur 36 heures).....	76
Figure 4-5 : Hydrogramme de la Lèze pour la crue de 2000	76
Figure 4-6 : Modèle numérique de terrain.....	78
Figure 4-7 : La Lèze.....	79
Figure 4-8 : Vue générale.....	81
Figure 4-9 : Bourrelet de Berge	81
Figure 4-10 : Fosse+ Sillon	82
Figure 4-11 : Plan d'eau.....	82
Figure 4-12 : Creusement du lit mineur	82
Figure 5-1 : Grossier + IGN ou « rf0 »	85
Figure 5-2 : Fin + IGN ou « rf1 »	85
Figure 5-3 : Très fin + IGN ou « rf2 »	85
Figure 5-4 : Très fin + LIDAR ou « rf2-LIDAR ».....	85
Figure 5-5 : Grossier + IGN ou « rf0 »	86
Figure 5-6 : Fin + IGN ou « rf1 »	86
Figure 5-7 : Très fin + IGN ou « rf2 »	86
Figure 5-8 : Très fin + LIDAR ou « rf2-LIDAR ».....	86
Figure 5-9 : Hydrogramme de la Lèze	87

Figure 5-10 : La courbe de tarage de la Lèze	87
Figure 5-11 : Heure de comparaison	88
Figure 5-12 : Résultat TELEMAC 2D pour les maillages :	88
Figure 5-13 : Résultat DassFlow pour les maillages :	88
Figure 5-14 : Heure de comparaison	89
Figure 5-15 : Résultat TELEMAC 2D pour les maillages :	89
Figure 5-16 : Résultat DassFlow pour les maillages :	89
Figure 5-17 : Heure de comparaison	90
Figure 5-18 : Résultat TELEMAC 2D pour les maillages :	90
Figure 5-19 : Résultat DassFlow pour les maillages :	90
Figure 5-20 : Heure de comparaison	91
Figure 5-21 : Résultat TELEMAC 2D pour les maillages :	91
Figure 5-22 : Résultat DassFlow pour les maillages :	91
Figure 5-23 : Heure de comparaison	92
Figure 5-24 : Résultat TELEMAC 2D pour les maillages :	92
Figure 5-25 : Résultat DassFlow pour les maillages :	92
Figure 5-26 : Heure de comparaison	93
Figure 5-27 : Résultat TELEMAC 2D pour les maillages :	93
Figure 5-28 : Résultat DassFlow pour les maillages :	93
Figure 5-29 : Heure de comparaison	94
Figure 5-30 : Résultat TELEMAC 2D pour les maillages :	94
Figure 5-31 : Résultat DassFlow pour les maillages :	94
Figure 5-32 : Heure de comparaison	95
Figure 5-33 : Résultat TELEMAC 2D pour les maillages :	95
Figure 5-34 : Résultat DassFlow pour les maillages :	95
Figure 5-35 : Heure de comparaison	96
Figure 5-36 : Résultat TELEMAC 2D pour les maillages :	96
Figure 5-37 : Résultat DassFlow pour les maillages :	96
Figure 5-38 : Heure de comparaison	97
Figure 5-39 : Résultat TELEMAC 2D pour les maillages :	97
Figure 5-40 : Résultat DassFlow pour les maillages :	97
Figure 5-41 : Comparaison des surfaces inondées	98
Figure 5-42 : Profils retenus	99
Figure 5-43 : Comparaison de la topographie sur la section3	100

Figure 5-44 : Profils de vitesses et de hauteurs en section 1 pour rf0.....	100
Figure 5-45 : Cartes d'inondations et profils de vitesses et de hauteurs	101
Figure 5-46 : Cartes d'inondations et profils de vitesses et de hauteurs	101
Figure 5-47 : Cartes d'inondations et profils de vitesses et de hauteurs	102
Figure 5-48 : Cartes d'inondations et profils de vitesses et de hauteurs	102
Figure 5-49 : Cartes d'inondations et profils de vitesses et de hauteurs	104
Figure 5-50 : Cartes d'inondations et profils de vitesses et de hauteurs	104
Figure 5-51 : Cartes d'inondations et profils de vitesses et de hauteurs	105
Figure 5-52 : Cartes d'inondations et profils de vitesses et de hauteurs	105
Figure 5-53 : Cartes d'inondations et profils de vitesses et de hauteurs	107
Figure 5-54 : Cartes d'inondations et profils de vitesses et de hauteurs	107
Figure 5-55 : Cartes d'inondations et profils de vitesses et de hauteurs	108
Figure 5-56 : Cartes d'inondations et profils de vitesses et de hauteurs	108
Figure 5-57 : Hydrogramme utilisé.....	110
Figure 5-58 : Exemple d'observations bruitées sur la hauteur d'eau dans le lit mineur (bleu) et majeur (rouge).....	110
Figure 5-59 : Localisation des 3 observations à Lézat hors d'eau et en crue.....	111
Figure 5-60 : Evolution temporelle de la sensibilité au Manning sur la station 1.....	112
Figure 5-61 : Evolution temporelle de la sensibilité au Manning sur la station 2.....	113
Figure 5-62 : Evolution temporelle de la sensibilité au Manning sur les stations 1 et 2 combiné.....	114
Figure 5-63 : Evolution temporelle de la sensibilité à la bathymétrie sur les stations 1 et 2.....	115
Figure 5-64 : Carte de sensibilité au Manning sur la station d'observation 1.....	118
Figure 5-65 : Carte de sensibilité au Manning sur la station d'observation 2.....	118
Figure 5-66 : Carte de sensibilité au Manning sur la station d'observation 3.....	118
Figure 5-67 : Carte de sensibilité combinée au Manning sur les stations 1, 2, et 3.....	118
Figure 5-68 : Carte de sensibilité à la bathymétrie sur les 3 stations combinées.....	119
Figure 6-1 : Localisation générale de la zone d'étude.....	121
Figure 6-2 : Zone du modèle global.....	122
Figure 6-3 : Détail du maillage.....	122
Figure 6-4 : Inondation générale - zone inondée et champ de vitesses	122

Figure 6-5 : Le maillage local	123
Figure 6-6 : Vue des points LIDAR du sol nu	123
Figure 6-7 : Points LIDAR en rouge - MKP en jaune	123
Figure 6-8 : Les 2 maillages : général à gauche - local à droite	124
Figure 6-9 : Comparaison des hauteurs d'eau.....	124
Figure 6-10 : Zoom sur les hauteurs d'eau entre deux maisons.....	124
Figure 6-11 : Zoom sur les vitesses entre deux maisons	125

Table des symboles

Nom	Unité	Signification
Q	$[m^3/s]$	Le débit total
q	$[m^3/s]$	le terme source débit
x_c	$[m]$	La cordonnée le long du canal
x_f	$[m]$	La cordonnée le long de la plaine d'inondation
A	$[m^2]$	L'aire de la section transversale mouillée dans le canal et la plaine d'inondation
A_c	$[m^2]$	L'aire de la section transversale mouillée dans le canal
A_f	$[m^2]$	L'aire de la section transversale mouillée dans la plaine d'inondation
P	$[m]$	Le périmètre mouillé
$R=A/P$	$[m]$	Le rayon hydraulique
n	$[m^{-1/3}s]$	Le coefficient de frottement de Manning
K_c	$[m^{1/3}s^{-1}]$	Le coefficient de frottement dans le canal
K_f	$[m^{1/3}s^{-1}]$	Le coefficient de frottement dans la plaine d'inondation
S_0	$[1]$	La pente du lit du canal
$S_{c,f}$	$[1]$	La pente de friction ou de frottement, du canal et de la plaine d'inondation
Φ	$[m^2]$	Détermine comment l'écoulement est partitionné entre le canal et la plaine d'inondation suivant les coefficient K_c et K_f
h	$[m]$	La hauteur d'eau
$\vec{u} = (u, v)$	$[m/s]$	Le vecteur vitesse moyen
g	$[9.81m/s^2]$	L'accélération de la pesanteur
P	$[m/s]$	L'intensité de la pluie
Z	$[m]$	La topographie
\vec{F}	$[N]$	Les forces comme la force de frottement, la force de Coriolis, l'influence du vent
q	$[m^3/s]$	Le terme source débit
t	$[s]$	Temps

Δt	[s]	Pas de temps
$\Delta x, \Delta y$	[m]	Pas d'espace respectivement suivant l'axe Ox et Oy
Φ	[1]	Fonction coût
S	[m ²]	Surface du casier dans le modèle quasi 2D
v_e	[m ² /s]	Diffusion effective

1 Introduction

Face au risque d'inondation une attente essentielle des populations et des collectivités est de bénéficier d'une chaîne d'alerte fiable et performante permettant d'anticiper et d'optimiser les actions à mettre en œuvre pour la gestion de crise. Cela passe par l'amélioration des modèles hydrodynamiques afin d'obtenir une prévision satisfaisante de l'inondation, en particulier dans les zones à forts enjeux, et également une estimation des incertitudes associées à la prévision du modèle.

Pour effectuer des simulations opérationnelles, les données des modèles doivent être fiables et correctement intégrées. Un passage obligé est ainsi l'analyse de sensibilité de la réponse des modèles aux différents paramètres d'entrée, puis leur calibration via l'assimilation des observations et des données disponibles (par ex. mesures aux stations de jaugeage, photos, images satellites), en vue d'une analyse et/ou prévision fiables et réalistes.

Traditionnellement, la calibration des modèles d'hydraulique fluviale opérationnels s'effectue principalement « à la main », mais l'estimation de paramètres à partir de techniques d'assimilation est maintenant en plein essor. Des études récentes proposent des approches basées sur la minimisation de l'erreur entre observations et simulations afin d'estimer des paramètres tels que la rugosité du lit du cours d'eau ou sa géométrie (Ding et al., 2004 ; Pappenberger et al., 2005 ; Romanowicz and Beven, 2003 ; Roux and Dartus, 2008 ; Roux and Dartus, 2006). En particulier, les méthodes mathématiques d'assimilation variationnelle de données permettent une systématisation robuste et efficace de ces processus de calibration. Le recours à ces méthodes conduit à une reproduction numérique plus précise de la cartographie des crues. La modélisation numérique inverse repose quant à elle sur les mathématiciens, avec le logiciel de calcul DassFlow (Monnier, 2007).

Au chapitre 2, nous étudions dans cette thèse différents aspects associés à la modélisation des écoulements en eaux peu profondes au travers du système d'équations de Saint-Venant à deux dimensions et des méthodes numériques pour le discrétiser le système. Nous présentons ensuite la théorie de la méthode d'assimilation variationnelle de données appliquée au système de Saint Venant et présentons également quelques applications. Nous présentons brièvement les méthodes de génération du maillage et indiquons l'intérêt de chaque type de maillage ainsi que la sensibilité par rapport au temps. Nous comparons enfin, sur un exemple réel, les différentes méthodes pour conclure sur leurs efficacités.

Pour la partie méthode numérique nous nous concentrons sur l'aspect hyperbolique et l'écriture sous forme conservative du système de Saint Venant. Ensuite nous présentons deux méthodes numériques connues avec leurs avantages et leurs inconvénients. Pour appliquer la méthode d'assimilation de données variationnelles nous choisissons d'utiliser seulement la méthode des volumes finis. Nous présentons des schémas permettant de traiter les équilibres stationnaires et les interfaces sec/mouillé. Le traitement du terme source topologie a été un sujet de recherche majeur dans les années 90, sachant que toutes les méthodes de traitement de ce terme source ont échoué jusqu'aux travaux de (LeVeque 1997). Nous présentons la méthode de reconstruction hydrostatique des variables aux interfaces. Ce schéma préserve la positivité de la hauteur d'eau et l'état stationnaire associé aux équilibres stationnaires et les interfaces

sec/mouillé. La partie mathématique de la méthode d'assimilation variationnelle de données qui permet de faire des études de sensibilités généralisées est présentée.

Le chapitre 3 présente des cas tests avec leur solution analytique pour évaluer le modèle avec deux codes DASSFLOW et TELEMAT. Si le code TELEMAT d'EDF est bien connu (EDF-DER, Hervouet 2007; Hervouet 2000), le code de calcul DassFlow (Monnier, 2007) est développé par l'IMT et l'IMFT pour permettre la mise en œuvre de l'assimilation variationnelle de données sur des configurations hydrauliques dans le cadre de la recherche. Il résout les équations Shallow Water par une méthode des volumes finis. Le code adjoint nécessaire au calcul du gradient de la fonction coût a été écrit à l'aide de l'outil de différentiation automatique Tapenade, développé par l'équipe Tropics de l'INRIA Sophia-Antipolis. Ces codes sont confrontés avec les cas tests pour lesquels nous disposons d'une solution analytique.

Au chapitre 4 nous présentons la zone d'inondation étudiée qui a été choisie pour ses caractéristiques hydrauliquement complexes. Pour réaliser cette simulation d'un système hydraulique, on doit fournir aux modèles basés sur ces équations un certain nombre d'informations. D'une part, il faut définir des paramètres liés à la configuration physique du domaine, comme la topographie du fond de la rivière et des zones inondables. Ces informations proviennent d'une base de données classique type IGN, soit d'information LIDAR, à très haute résolution, acquise pour ce projet. Certains phénomènes sont modélisés par des lois empiriques qui doivent être adaptées à la réalité du terrain. Ainsi, le frottement de l'eau sur le fond peut être décrit par une loi de Manning paramétrée par un coefficient qui dépend de la rugosité du sol et qui entre dans la liste des paramètres à déterminer. D'autre part, il faut fournir des informations liées à un événement particulier : ce sont les conditions initiales de l'écoulement ainsi que les conditions aux limites amont et aval de la rivière. Ces variables de contrôle déterminent le résultat de la simulation. Malheureusement, elles ne sont souvent connues que partiellement ou avec une marge d'erreur importante, car coûteuses ou difficiles à mesurer. Le problème du calage des paramètres est donc un enjeu important pour la réalisation de simulations pertinentes. Dans cette optique, les méthodes d'assimilation de données permettent de combiner de manière optimale l'information mathématique contenue dans le modèle et l'information physique provenant d'observations de l'écoulement, dans le but de trouver la valeur des variables de contrôle permettant de faire correspondre aux mieux l'état du système à la réalité des observations.

Dans le chapitre 5 nous menons une étude de sensibilité au maillage, en condition réelle, avec les codes que nous avons décrit précédemment. En effet les cas tests montrent l'aptitude des codes à résoudre les difficultés une par une. Le passage à un site d'étude croise toutes ces difficultés. L'inter comparaison de codes est nécessaire pour identifier des différences de réponse s'appuyant pourtant sur les mêmes équations. Nous voyons l'incidence de la densité du maillage sur la dynamique de crue. Il est fait de même sur la précision de la mesure sur laquelle s'appuie le maillage. La méthode de l'état adjoint utilisé dans le cadre de l'assimilation variationnelle de données permet d'effectuer des études de sensibilités aux paramètres du modèle. Le terme paramètre est ici compris au sens large puisque des sensibilités au terme de frottement peuvent être menées, mais aussi des études de sensibilité à la bathymétrie.

Quelques perspectives à ce travail sont exposées dans le chapitre 6 qui précède la conclusion générale.

Phần mở đầu

Đối diện với các nguy cơ lũ lụt, cộng đồng nhân dân vùng lũ chông chờ chủ yếu vào chuỗi cảnh báo và dự đoán tin cậy hiệu quả, sau đó thực hiện các hành động chuẩn xác để phòng tránh thảm họa. Điều này đòi hỏi phải cải thiện nhiều hơn các mô hình dự báo, đồng thời ước tính của sự không chắc chắn liên quan với dự báo bằng mô hình, đặc biệt là trong các khu vực có nguy cơ cao.

Trong công tác tác nghiệp, số liệu cùng các tham số đầu vào phải tin cậy và kết hợp với nhau chuẩn xác. Vì vậy điều kiện tiên quyết để phân tích và/hoặc dự báo tin cậy là phải phân tích độ nhạy cảm của mô hình đối với các tham số đầu vào, rồi mới tới việc hiệu chỉnh mô hình (vd: bằng phương pháp đồng hóa với số liệu thực đo số liệu tại các trạm đo, hình ảnh, ảnh vệ tinh .v.v.).

Trước đây theo truyền thống, việc hiệu chỉnh mô hình tác nghiệp thủy động lực chủ yếu « bằng tay », ngày nay xác định các tham số bằng các kỹ thuật đồng hóa đã phát triển toàn diện. Các nghiên cứu gần đây đề xuất các cách tiếp cận dựa trên việc cực tiểu hóa sai khác giữa số liệu quan trắc và kết quả của mô hình, để dẫn đến khả năng xác định một số tham số như hệ số nhám hay địa mạo lòng sông (Ding et al., 2004 ; Pappenberger et al., 2005 ; Romanowicz and Beven, 2003 ; Roux and Dartus, 2008 ; Roux and Dartus, 2006). Sử dụng các phương pháp này tái hiện các cơn lũ bằng các kết quả số chính xác hơn. Đặc biệt, phương pháp toán học đồng hóa dữ liệu biến phân cho phép hệ thống hoá chặt chẽ và hiệu quả các quá trình hiệu chỉnh.

Trong chương 2 của luận án, chúng tôi sẽ trình bày các khía cạnh khác nhau của việc mô phỏng dòng chảy nước nông. Các nghiên cứu của chúng tôi chủ yếu về hệ phương trình Saint-Venant hai chiều và các phương pháp số để rời rạc hóa nó. Bên cạnh đó chúng tôi cũng sẽ trình bày chi tiết cơ sở lý thuyết toán học của phương pháp đồng hóa số liệu biến phân thông qua các thành tựu toán học tiên tiến trong lĩnh vực giải tích hàm, và ứng dụng chúng cho hệ Saint-Venant hai chiều. Một vài phương pháp tạo các loại lưới sẽ được trình bày một cách ngắn gọn. Cuối cùng, trên một vài bài toán mẫu có nghiệm giải tích và một bài toán thực tế, chúng tôi sẽ so sánh và rút ra kết luận về hiệu quả của từng phương pháp khác nhau.

Mục phương pháp số hệ phương trình Saint-Venant hai chiều sẽ trình bày hai phương pháp số khác nhau với các ưu điểm cũng như các nhược điểm của chúng. Tuy nhiên chúng tôi sẽ tập trung nhiều hơn vào phương pháp thể tích hữu hạn, để làm rõ tính chất hyperbolic và dạng bảo toàn của hệ phương trình Saint-Venant. Cách xử lý thành phần nguồn độ dốc đáy sẽ được trình bày kỹ vì chúng là chủ đề nghiên cứu chính trong thập kỉ 90, rất nhiều đề xuất đã không thành công cho tới các công bố của LeVeque 1997. Các sơ đồ thể tích hữu hạn này cho phép mô phỏng các trạng thái cân bằng dừng, lan truyền mặt tiếp giáp khô/ướt, các chế độ dòng chảy: dòng chảy êm, dòng chảy xiết và đặc biệt dòng chảy chuyển ngưỡng qua sốc. Sau đó có thể chúng tôi sẽ mở rộng phương pháp thiết lập thủy tĩnh cho các biến tại giao diện. Phương pháp này bảo toàn tính dương của độ cao cột nước, các trạng thái gắn với sự cân bằng dừng và mặt tiếp giáp khô/ướt.

Chương 3 giới thiệu các bài toán mẫu có lời giải giải tích để đánh giá mô hình thông qua hai phần mềm DASSFLOW và TELEMAC. Hai phần mềm này sẽ đối đầu nhau trên từng bài toán mẫu để từ đó rút ra các đánh giá. Nếu như phần mềm TELEMAC của điện lực Pháp EDF đã

khẳng định được chất lượng lâu nay (EDF-DER, Hervouet 2007; Hervouet 2000), thì phần mềm DASSFLOW (Monnier, 2007) chỉ mới được phát triển tại l'IMT và l'IMFT với mục đích ban đầu nghiên cứu thực hiện đồng hóa số liệu biến phân trên các bài toán thủy lực. Phần mềm này giải xấp xỉ hệ phương trình nước nông bằng phương pháp duy nhất thể tích hữu hạn. Phần mã liên hợp tính gradient hàm mục tiêu được viết dựa trên công cụ đạo hàm tự động Tapesade do tập thể Tropics l'INRIA Sophia-Antipolis phát triển (site web: <http://www-sop.inria.fr/tropics/>)..

Trong chương 4 chúng tôi trình bày một trường hợp lũ lụt tại một vùng thực tế có chế độ thủy lực phức tạp. Để mô phỏng một hệ thủy động lực người ta phải cung cấp cho mô hình rất nhiều thông tin. Các thông tin một mặt không thay đổi theo thời gian gắn với cấu trúc vật lý của miền, như cao độ địa hình lòng sông và cao độ địa hình vùng ngập lụt lấy từ cơ sở dữ liệu thông tin địa lý quốc gia (IGN), hoặc các số liệu đo đạc riêng bằng lade (**Light Detection And Ranging, LIDAR**) với độ phân giải rất cao. Mặt khác một số thông tin thay đổi theo thời gian gắn với từng sự kiện, cũng cần được cung cấp cho phù hợp, ví dụ như các thông tin về điều kiện đầu, thông tin về lưu lượng và mực nước ở thượng lưu và hạ lưu của dòng chảy trong từng cơn lũ. Ngoài ra một vài khía cạnh của mô hình liên quan đến các quy luật thực nghiệm cũng cần phải tham số hóa như hệ số nhám Manning. Các thông tin này được gọi chung là tham số biến điều khiển của mô hình, chúng quyết định chế độ dòng chảy và kết quả của việc mô phỏng. Rất tiếc chúng ta thường không có đầy đủ các thông tin trên, hoặc có chứa nhiều sai sót do việc thu thập đo đạc rất khó khăn hoặc rất tốn kém. Vì vậy để mô phỏng tốt người ta bắt buộc phải hiệu chỉnh các tham số trên và vấn đề hiệu chỉnh trở nên rất quan trọng. Các phương pháp đồng hóa dữ liệu cho hỗ trợ chúng ta những việc như thế, chúng có thể kết hợp tối ưu mô hình toán học và các thông tin vật lý từ những quan sát của dòng chảy để tìm ra giá trị của các biến điều khiển tốt và phù hợp hơn.

Trong chương 5 đầu tiên chúng tôi nghiên cứu sự nhạy cảm của mô hình trong điều kiện thực đối với lưới với hai phần mềm đã giới thiệu trên. Quả thực chỉ với các bài toán mẫu, từng phần mềm đã được bộc lộ rõ những khó khăn riêng. Khi mở rộng áp dụng chúng ra thực tế sự khó khăn tăng lên đáng kể. Vì vậy so sánh để xác định sự khác biệt là cần thiết. Chúng ta thấy rõ rệt ảnh hưởng của mật độ lưới tác động vào kết quả mô phỏng. Tương tự chúng ta cũng thấy ảnh hưởng của độ chính xác của số liệu dùng để nội suy lưới. Tiếp theo chúng tôi sử dụng phương pháp đồng hóa số liệu biến phân nghiên cứu độ nhạy cảm của các tham số tới mô hình. Các tham số ở đây sẽ là độ nhám và địa hình thực.

Một số quan điểm về vấn đề này sẽ được trình bày trong Chương 6 và sau đó là kết luận chung.

2 Tổng quan

2.1 Mô hình thủy lực dòng chảy nước nông

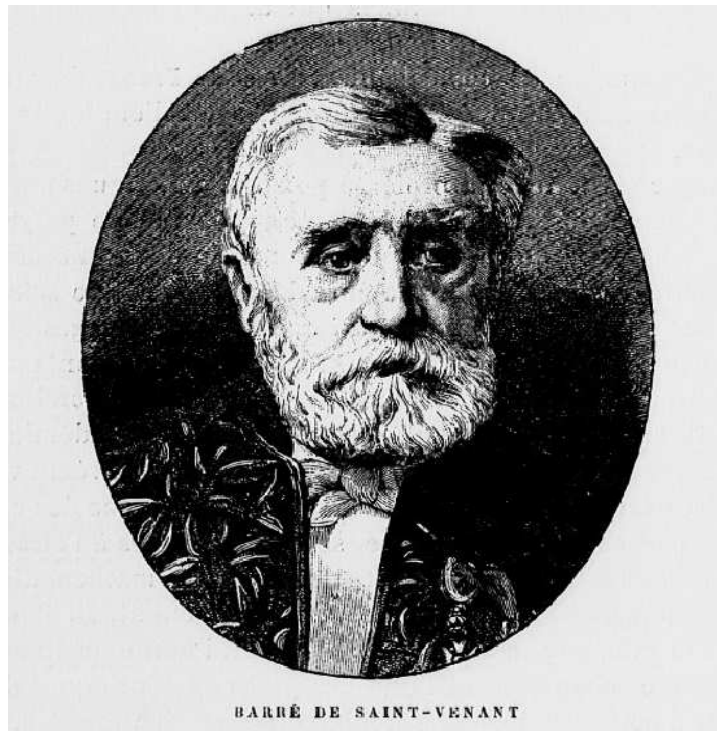


Figure 2-1 : Adhémar Jean-Claude Barré de Saint-Venant

Hệ phương trình Saint-Venant một chiều đã được Kỹ sư Adhémar Jean-Claude Barré De Saint-Venant (Hình 2-1) của Trường Cầu Đường công bố trong Tạp chí *Compte Rendu à l'Académie des Sciences* (Saint-Venant 1871). Để mô tả dòng chảy của nước trên kênh có mặt cắt hình chữ nhật, đáy phẳng và nằm ngang, ông đã giả thiết đáy không thay đổi. Mô hình đầy đủ bao gồm các phương trình biến đổi và bảo toàn vật chất sau :

$$\begin{cases} \partial_t h + \partial_x (hu) = 0 \\ \partial_t (hu) + \partial_x (hu^2 + gh^2/2) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Ở đây $h(x,t) \geq 0$ là chiều sâu cột nước $u(x,t)$ vận tốc trung bình chỉ phụ thuộc vào x và t .

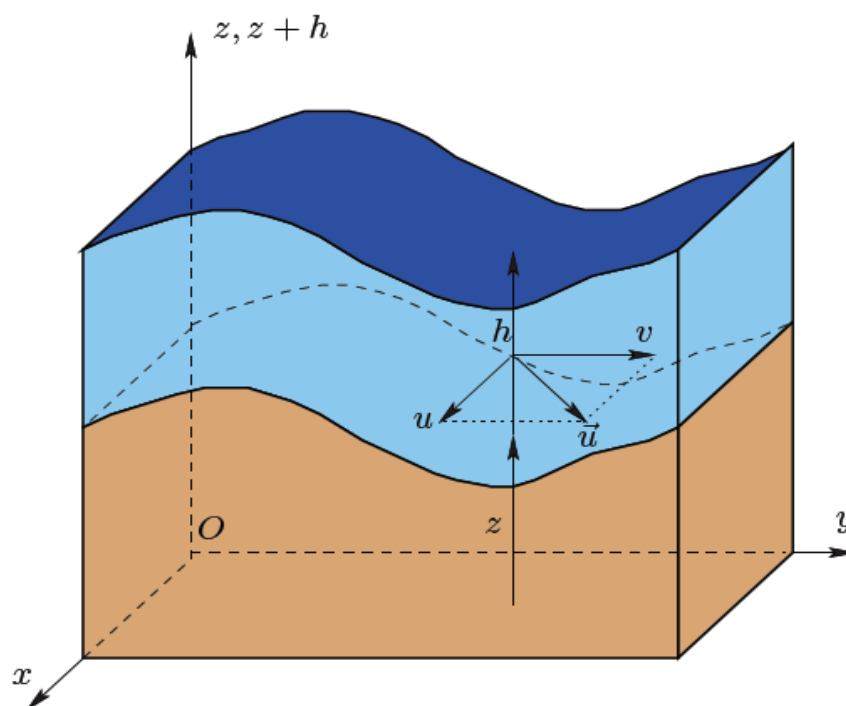


Figure 2-2 : Các biến của hệ Saint-Venant 2 chiều

Hệ phương trình Saint-Venant hai chiều (hay Shallow Water trong tiếng Anh) thu nhận được từ hệ phương trình Navier Stokes cho chất lỏng không nén được, với giả thiết áp suất thủy tĩnh, tốc độ đồng nhất theo phương thẳng đứng, đáy không thấm thấu và có mặt thoáng tự do. Hệ phương trình này có thể dùng để mô tả nhiều loại dòng chảy môi trường khác nhau, như dòng chảy biển, dòng chảy ven bờ, vùng cửa sông, dòng chảy trong sông hồ, ngoài ra có thể kết nối với mô hình chất lượng nước, vận chuyển bùn cát và truyền sóng (Hervouet 2000). Gần đây, Olivier DELESTRE đã sử dụng hệ phương trình này trong mô tả dòng chảy trên bề mặt canh tác nông nghiệp, kết nối với mô hình thấm để tính dòng chảy do mưa (Delestre 2010). Hệ phương trình vi phân đạo hàm riêng, phi tuyến với các thành phần nguồn của mưa và thấm như sau:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial h}{\partial t} + \vec{u} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(h) + h \text{div}(\vec{u}) = P - I \\ \frac{\partial u}{\partial t} + \vec{u} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(u) = -g \frac{\partial h}{\partial x} - g \frac{\partial Z}{\partial x} + F_x + \frac{1}{h} \text{div}(h \vec{v}_e \overrightarrow{\text{grad}} u) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \vec{u} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(v) = -g \frac{\partial h}{\partial y} - g \frac{\partial Z}{\partial y} + F_y + \frac{1}{h} \text{div}(h \vec{v}_e \overrightarrow{\text{grad}} v) \end{array} \right. \quad (2)$$

Ở đây :

- $h(t, x, y) \geq 0$ [m] : chiều cao cột nước,
- $\vec{u}(t, x, y) = (u, v) \in \mathbb{R}^2$ [m/s] : véc tơ vận tốc trung bình theo chiều đứng,
- $g = 9.81 \text{ m/s}^2$: gia tốc trọng trường,
- $P(t, x, y)$ [m/s] : cường độ mưa,
- $I(t, x, y)$ [m/s] : cường độ thấm của nước vào đất,
- $Z(x, y)$ [m] : địa hình đáy,

- v_e : khuếch tán tổng thể có tính tới nhớt rối và khuếch tán số [m^2/s],
- $\vec{F}(x, y)$ [N] : các loại lực như lực ma sát, lực Coriolis, ứng suất gió.

Thành phần $\frac{\partial Z}{\partial x}$ (tương ứng $\frac{\partial Z}{\partial y}$) được gọi độ dốc theo x (tương ứng theo y) là số không thứ nguyên biểu hiện sự thay đổi địa hình theo chiều x (tương ứng theo chiều y).

2.2 Các biến thể của mô hình Saint-Venant

2.2.1 Mô hình Saint-Venant một chiều

Dòng chảy trong lòng dẫn chính của sông ngòi có thể coi như dòng chảy một chiều và có thể được mô phỏng bởi hệ phương trình Saint Venant một chiều. Mỗi một điểm tính toán tương ứng với một mặt cắt ngang, các điểm tính toán này kết nối với nhau bởi các đoạn. Các đoạn trên tạo thành mạng lưới tính toán cho phép mô phỏng dòng chảy trên toàn bộ mạng sông, thông qua mực nước và lưu lượng tại từng điểm tính toán.

Khó khăn chính của việc mô phỏng dòng chảy sông bằng mô hình một chiều là việc lựa chọn vị trí mặt cắt ngang. Các mặt cắt ngang này phải bao hàm các đặc trưng vật lý của dòng chảy. Ví dụ độ cong của lòng dẫn sẽ đặc trưng bởi độ nhám lớn hay bé tùy thuộc vào việc mặt cắt ở trong hay ở ngoài chỗ cong.

Hệ phương trình Saint Venant một chiều cho hệ mặt cắt phức hợp (lòng dẫn, bãi) có dạng :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial \varphi Q}{\partial x_c} + \frac{\partial (1-\varphi)Q}{\partial x_f} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_c} \left(\frac{\varphi^2 Q^2}{A_c} \right) + \frac{\partial}{\partial x_f} \left(\frac{(1-\varphi)^2 Q^2}{A_f} \right) + gA_c \left(\frac{\partial z}{\partial x_c} + S_c \right) + gA_f \left(\frac{\partial z}{\partial x_f} + S_f \right) = 0 \end{array} \right. \quad (3)$$

Ở đây $\varphi = \frac{K_c}{K_c + K_f}$ với $K = \frac{A^{5/3}}{nP^{2/3}}$

$$S_c = \frac{\varphi^2 Q^2 n_c^2}{R_c^{4/3} A_c^2} \quad \text{và} \quad S_f = \frac{(1-\varphi)^2 Q^2 n_f^2}{R_f^{4/3} A_f^2}$$

- Q [m^3/s] : lưu lượng,
- $A = (A_c, A_f)$: mặt cắt ướt (của kênh và bãi),
- x_c et và x_f là tọa độ dọc theo chiều dài kênh và bãi (hai tọa độ này phụ thuộc vào điều kiện tự nhiên của dòng sông),
- P : chu vi ướt,
- $R = A/P$: bán kính thủy lực,
- n : hệ số ma sát Manning,

- S : độ dốc ma sát hoặc lực ma sát,
- Φ xác định dòng chảy phân chia như thế nào giữa phần kênh và phần bãi tràn theo hệ số K_c et K_f .

Các giả thiết cho phép thiết lập các phương trình (3) như sau ((Roux 2004), (Chow 1959)):

- Dòng chảy là một chiều: trên mọi điểm của từng mặt cắt vuông góc với hướng dòng chảy mực nước và tốc độ dòng chảy là như nhau
- Phân bố áp suất là thủy tĩnh,
- Trục dòng chảy có thể coi như đường thẳng, nghĩa là bán kính cong là rất lớn,
- Tổn thất do ma sát đáy có thể được tính theo các công thức Manning-Strickler,
- Trong trường hợp tổn thất một phần động năng, tốc độ sẽ là tốc độ của dòng chảy,
- Trong trường hợp bổ sung một phần động năng, tốc độ bổ sung bằng không chiều trên trục dòng chảy (bổ sung vuông góc), sự bổ sung động lượng sẽ bằng không.

Giới hạn của các mô hình một chiều : các mô hình một chiều cho kết quả tốt khi dòng chảy ít tràn ra khỏi lòng dẫn chính (Weber và Menéndez 2004). Các kết quả còn có thể chấp nhận được ngay cả khi có dòng chảy tràn với điều kiện là bãi tràn không có nhiều chướng ngại vật chắn ngang quá lớn và cấu trúc địa hình của dòng sông không gây ra thay đổi lưu lượng (không có đoạn gấp khúc mạnh, không chảy qua đoạn sông khô,...)

2.2.2 Mô hình giả hai chiều

Người ta có thể bổ sung cho mô hình một chiều các ô chứa để mô tả dòng chảy có tràn bãi. Các ô chứa sẽ kết nối với dòng chảy chính, và kết nối giữa chúng với nhau thông qua các quy luật công trình (chảy vào/thoát ra) (Roux and Dartus 2004).

Toàn bộ bãi tràn được phân chia thành một tập hợp các ô chứa và liên kết giữa chúng với nhau (Hình 2-3). Ô chứa được liên kết với lòng dẫn chính hoặc với các ô chứa khác. Dòng chảy trong từng ô chỉ được mô tả bằng quan hệ thể tích và mực nước ô chứa đó. Mỗi quan hệ này thu được bằng cách đơn giản hóa phương trình liên tục. Tuy nhiên việc phân chia vùng thành các ô chứa hoàn toàn không đơn giản, cần phải cố gắng thể hiện tốt nhất hướng chính của dòng chảy khi sơ đồ hóa vùng ngập tràn. Thêm nữa, các ô chứa không những chỉ được xác định dựa trên các ranh giới tự nhiên (đường, đò, v.v...), mà còn dựa trên yếu tố thủy lực và cả kinh tế nữa (khi mục đích nghiên cứu là đánh giá tác động kinh tế do ngập lụt).

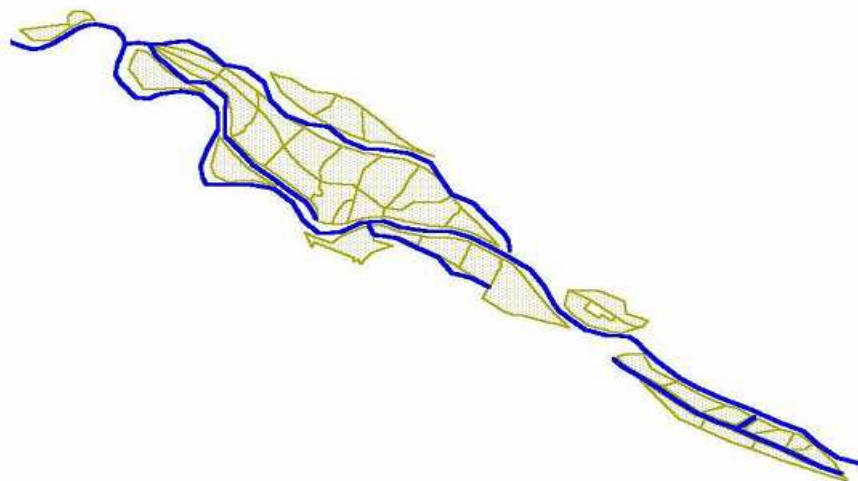


Figure 2-3 : Hiển thị việc mô phỏng vùng ngập tràn đã được chia ô

Như vậy một ô chứa được gắn với khả năng tích nước và khả năng trao đổi nước với các ô chứa khác và lòng dẫn chính. Khả năng tích nước và khả năng trao đổi nước là hàm của diện tích và mực nước:

$$S \frac{\partial z}{\partial t} = \sum_K Q_K \quad (4)$$

Ưu điểm và hạn chế của các mô hình có ô chứa : Việc mô hình hóa bằng các ô chứa tái hiện khá tốt vùng ngập tràn, mà trong đó sự trao đổi giữa sông và ô và giữa các ô chủ yếu tuân theo phương trình đập tràn hoặc công trình. Thuật ngữ «ô chứa» đã thể hiện ẩn đằng sau đó giả thiết mực nước tại mọi điểm trong mỗi ô chứa là như nhau, tuy phi thực tế nhưng kết quả tính toán vẫn hợp lý. So với mô hình 1 chiều, các mô hình này cho phép tính tới các hiện tượng trữ nước. Sự trao đổi thể tích giữa dòng chảy chính và các ô chứa xung quanh được mô tả bởi các luật công trình (thí dụ: đập tràn, cống...), hoặc bởi một luật cân. Tuy nhiên, việc hiệu chỉnh các hệ số của các quy luật trên là đặc biệt khó khăn.

2.2.3 Mô hình 2D

Chúng ta có thể viết hệ phương trình Saint-Venant 2D dưới dạng không bảo toàn hoặc dưới dạng bảo toàn vec tơ. Hai dạng này không tương đương khi tồn tại các gián đoạn. Điều này là do tốc độ lan truyền sóng gián đoạn được tính theo công thức bước nhảy Rankine-Hugoniot không tương đương với mỗi dạng. Trong trường hợp hệ phương trình Saint-Venant 2D dưới dạng bảo toàn, tốc độ sóng này mới chính xác.

Các biến trạng thái của các phương trình Saint-Venant 2 chiều trong dạng bảo toàn là chiều cao cột nước $h(t, x, y) \geq 0$ và lưu lượng đơn vị $\vec{q} = h\vec{u}$. Các phương trình này được viết như sau :

$$\frac{\partial}{\partial t} U + \frac{\partial}{\partial x} F(U) + \frac{\partial}{\partial y} G(U) = S_1 + S_2 \quad (5)$$

Với

$$U = \begin{pmatrix} h \\ q_x \\ q_y \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} q_x \\ \frac{q_x^2}{h} + g \frac{h^2}{2} \\ \frac{q_x q_y}{h} \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} q_y \\ \frac{q_x q_y}{h} \\ \frac{q_y^2}{h} + g \frac{h^2}{2} \end{pmatrix},$$

$$S_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -gh \frac{\partial Z}{\partial x} - g \frac{n^2 \|q\|_2}{h^{7/3}} q_x \\ -gh \frac{\partial Z}{\partial y} - g \frac{n^2 \|q\|_2}{h^{7/3}} q_y \end{pmatrix}, \quad S_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\partial}{\partial x} (v_e \frac{\partial q_x}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (v_e \frac{\partial q_x}{\partial y}) \\ \frac{\partial}{\partial x} (v_e \frac{\partial q_y}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (v_e \frac{\partial q_y}{\partial y}) \end{pmatrix}$$

Ở đây :

- $h(t, x, y) \geq 0$ [m] : chiều cao cột nước,
- q_x, q_y [m²/s] : các thành phần theo trục x và y của vec tơ lưu lượng đơn vị,
- $g = 9.81$ m/s² : gia tốc trọng trường,
- $Z(x, y)$ [m] : cao độ địa hình,
- n : hệ số Manning [m^{-1/3}s⁻¹],
- v_e : khuếch tán tổng thể có tính tới nhớt rối và khuếch tán số [m²/s].

2.2.4 Các xấp xỉ của mô hình Saint Venant

Ở đây chúng tôi sẽ trình bày một số mô hình đơn giản hóa nhận được từ hệ phương trình Saint-Venant rất hay sử dụng trong thủy văn.

$$\begin{matrix} \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} \end{matrix}$$

$$\frac{\partial hu}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (hu^2) + \frac{\partial}{\partial x} (gh^2) - gh(S_0 - S_f) = 0 \quad (6)$$

Phương trình trên là phương trình biến thiên động lượng của hệ phương trình Saint-Venant (1) nhưng viết dưới dạng bảo toàn: số hạng đầu tiên, kí hiệu là **I**, biểu thị biến thiên động lượng theo thời gian, số hạng **II** là thành phần đối lưu, số hạng **III** là áp suất thủy tĩnh và số hạng **IV** ma sát đáy và biến thiên độ dốc địa hình. Hệ phương trình Saint-Venant chấp nhận nhiều xấp xỉ khác nhau: xấp xỉ sóng động học chỉ lưu duy nhất số hạng **IV**, xấp xỉ sóng khuếch tán chỉ lưu hai số hạng **III+IV**, xấp xỉ cận dừng **II+III+IV** và xấp xỉ sóng trọng trường **I+II+III** (Delestre 2010).

Trong các xấp xỉ này, xấp xỉ sóng động học và sóng khuếch tán thường được sử dụng trong việc mô phỏng dòng chảy do mưa trên đất canh tác nông nghiệp. Tồn tại nhiều phương pháp khác nhau để lựa chọn ra xấp xỉ phù hợp nhất, cách lựa chọn tự nhiên nhất là so sánh các xấp xỉ khác nhau trên vấn đề chung. Sau đó lựa chọn một phương pháp xấp xỉ tùy thuộc vào độ chính xác của kết quả.

Việc lựa chọn cũng có thể thực hiện bằng cách phân tích sự lan truyền sóng qua các kích động nhỏ. Người ta đã chỉ ra rằng cả 2 xấp xỉ sóng động học và sóng khuếch tán đều không đúng cho trường hợp dòng chảy làm sóng kích động lan truyền về phía thượng lưu hoặc khi độ sâu và lưu tốc biến đổi nhanh.

2.2.5 Xấp xỉ sóng động học

Phương trình (6) diễn giải sự cân bằng giữa nhiều thành phần khác nhau: quán tính, áp suất, trọng trường và ma sát. Xấp xỉ sóng động học chỉ chú ý tới ảnh hưởng của ma sát và tổn thất thế năng (độ dốc):

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial (h \cdot u)}{\partial x} = P - I \\ S_0 - S_f = 0 \end{cases} \quad (7)$$

Phương trình động lượng một chiều được viết dưới dạng :

$$S_0 - S_f = 0 \quad (8)$$

Với

$$S_0 = \frac{\partial Z}{\partial x} \quad : \text{ độ dốc đáy,}$$

$$S_f = \frac{Q^2 n^2}{R^{4/3} A^2} \quad : \text{ thành phần ma sát theo công thức thực nghiệm Manning.}$$

Ở đây chúng ta sẽ sử dụng công thức Manning–Strickler, biểu diễn lưu lượng phụ thuộc vào hệ số Manning n [$\text{m}^{-1/3} \cdot \text{s}$], mực nước h và ma sát S_f dưới dạng

$$q = \frac{1}{n} h^{5/3} S_f^{1/2}$$

Biểu thức này cho phép viết u như một hàm số của $u = \phi(h)h$ như sau :

$$u = \frac{S_0^{1/2} h^{2/3}}{n} \quad (9)$$

Thay (9) vào phương trình bảo toàn khối lượng của hệ phương trình (1) ta nhận được một phương trình dạng :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial (h \cdot \phi(h))}{\partial x} = P - I \quad (10)$$

Hạn chế của xấp xỉ này là sẽ không đúng khi độ dốc bằng không.

2.2.6 Xấp xỉ sóng khuếch tán

Xấp xỉ sóng khuếch tán dựa trên việc bỏ qua các số hạng biến thiên theo không gian và thời gian của động lượng. Trong không gian một chiều, phương trình động lượng chỉ còn như sau :

$$\frac{\partial h}{\partial x} = (S_0 - S_f) \quad (11)$$

Mô hình sóng khuếch tán, thường được dùng để mô phỏng dòng chảy do mưa trên vùng canh tác nông nghiệp, là một mô hình raster được phát triển đặc biệt để tận dụng dữ liệu địa hình có độ phân giải cao.

$$\begin{cases} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \\ \frac{\partial h}{\partial x} = S_0 - \frac{n^2 P^{4/3} Q^2}{A^{10/3}} \end{cases} \quad (12)$$

Ở đây:

- Q [m^3/s] là lưu lượng trong kênh,
- A diện tích mặt cắt ngang của dòng chảy,
- q thành phần lưu lượng nguồn,
- S_0 độ dốc đáy kênh,
- n hệ số ma sát Manning,
- P chu vi ướt ,
- h chiều cao cột nước.

Trong trường hợp này, kênh được giả thiết là rộng và nông, bán kính ướt xấp xỉ chiều rộng của kênh. Hệ phương trình vi phân đạo hàm riêng (12) có thể được sai phân đưa về hệ phương trình phi tuyến có thể giải số bằng sơ đồ Newton-Raphson.

2.2.7 Hệ thống hóa phân loại hệ số ma sát

Phân loại theo nghiên cứu của Pardé	Ks
Các dòng chảy nhỏ vùng núi, có đáy phức tạp, độ rộng cỡ 10 đến 30 mét.	23 à 26
Các dòng chảy vùng núi có độ rộng cỡ 30 đến 50 mét, độ dốc lớn hơn 0,002 lòng sông có nhiều đá, cuội lớn (thí dụ như đường kính từ 10 đến 20 cm)	27 à 29
Sông có chiều rộng cỡ 30 đến 50 mét hoặc lớn hơn, độ dốc trong khoảng 0,0008 – 0,002, lòng sông chứa sỏi đá đường kính không quá 8 đến 10 cm (Rhine à Bâle).	30 à 33
Độ dốc trong khoảng 0,0006 – 0,0008, sỏi đá có đường kính không vượt quá 4	34 à 37

đến 6 cm (Rhône à Lyon).	
Độ dốc như trên nhưng đá cuội nhỏ hơn (Rhône từ cảng Scex trước le Léman).	38 à 40
Độ dốc nhỏ hơn 0,0006 và lớn hơn 0,00025, cuội đá rất nhỏ hoặc cát (Danube tại Vienne).	41 à 42
Dòng chảy rối ít, độ dốc từ 0,00012 đến 0,00025, đáy cát và bùn	43 à 45
Dòng chảy lớn trên độ dốc rất nhỏ (nhỏ hơn 0,00012) và đáy rất mịn (Volga, Danube hongrois, Mississipi inférieur).	46 à 50

Bảng 2-1 : các giá trị của hệ số Strickler phụ thuộc vào địa mạo lòng dẫn theo M. Pardé (Carlier, 1982)

Công thức Manning-Strickler làm xuất hiện độ nhám của lòng sông thông qua hệ số nghịch đảo của K_s . Nhiều nhà thủy động lực học (Colebrook and White 1937; Darcy and Bazin 1865; Strickler 1923) đã cố gắng thiết lập công thức xác định hệ số này phụ thuộc vào bản chất của vật liệu lòng sông. Tuy nhiên, chưa một ai đưa ra được kết quả thỏa mãn hoàn toàn, phần lớn là do sự phức tạp của các khái niệm ẩn đằng sau thuật ngữ độ nhám này. Thực tế, nó là tập hợp các ảnh hưởng của (CETMEF, 2001) :

- Độ nhám “lớp da” các vật liệu lòng sông, nghĩa là phần nhám gồ ghề trên bề mặt lớp vật liệu
- Độ nhám “hình dáng” của cùng loại vật liệu (nhọn sắc, tròn ...)
- Độ nhám “hình thái” liên quan đến sự sắp xếp của các vật liệu.

Hiểu biết về sự kết hợp các ảnh hưởng trên còn ít, điều này dẫn đến khó khăn trong việc xác định trực tiếp K_s . Đồng thời còn một số phương pháp cung cấp bậc giá trị của hệ số Strickler phụ thuộc vào loại dòng chảy được nghiên cứu, hay sử dụng hơn cả là phương pháp của M. Pardé (Bảng 2.1).

2.3 Các phương pháp số

Có nhiều phương pháp rời rạc hệ phương trình Saint-Venant trong đó các phương pháp phổ biến nhất là: phương pháp phần tử hữu hạn, phương pháp thể tích hữu hạn, và mới gần đây phương pháp hạt SPH (Smoothed-Particle Hydrodynamics). Mỗi phương pháp đều có ưu điểm và nhược điểm riêng.

Phương pháp phần tử hữu hạn được xây dựng dựa trên hai ý chính sau : một là nội suy và hai là biến phân được gọi là "trọng dư" (EDF R&D – SOGREAH TELEMAC-2D / VALIDATION DOCUMENT [2010]). Trong phương pháp này, người ta phân chia không gian thành các phần tử tam giác (ví dụ hình 2.4) và người ta tìm giá trị của các biến trạng thái (h, u, v) trên các đỉnh của các tam. Tuy nhiên phương pháp này sử dụng hệ phương trình dạng không bảo toàn không có tính hyperbol nên nó chỉ mô tả được những dòng chảy đủ trơn.

Do vậy, chúng tôi lựa chọn phương pháp thể tích hữu hạn để rời rạc hệ phương trình Saint-Venant dạng bảo toàn vì nó có tính hyperbolic. Phương pháp này cũng dựa trên việc phân chia không gian thành các phần tử (minh họa như trong hình 2.4). Thuật toán chúng ta nhận được sẽ có tính chất bảo toàn không những toàn cục mà còn cả ở mức độ địa phương. Đầu tiên ta tích phân hệ phương trình trên từng phần tử và chấp nhận giả thiết biến trạng thái được trung

binh hóa trên chúng. Việc còn lại là xấp xỉ các hàm dòng trao đổi giữa các phần tử tại các mặt. Dòng trao đổi ra từ phần tử này sẽ chính là dòng vào của phần tử khác nên thuật toán có tính bảo toàn.

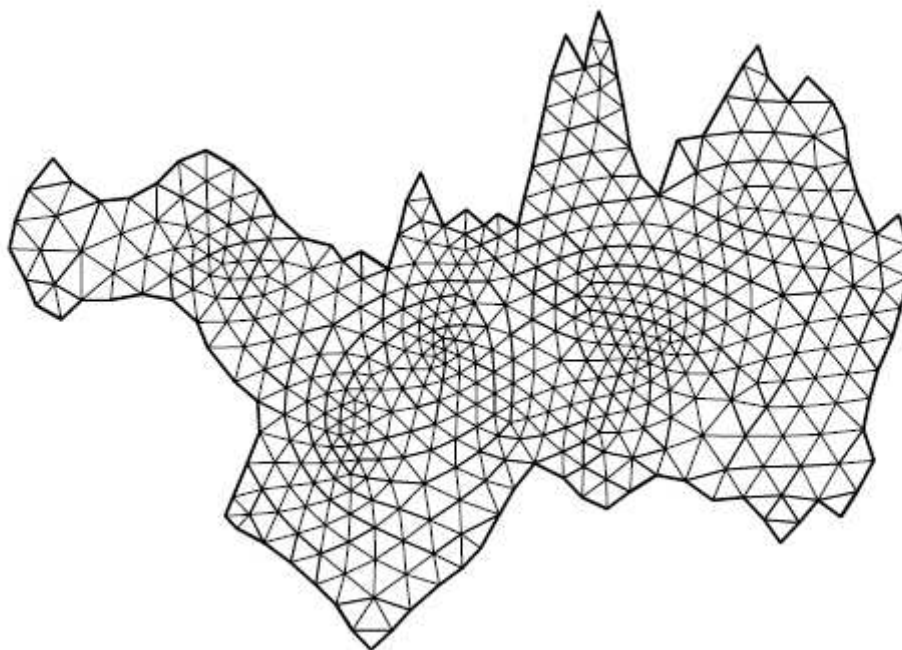


Figure 2-4 : Rời rạc miền tính bằng các phần tử tam giác (lưới không cấu trúc)

2.3.1 Phương pháp phần tử hữu hạn

Phương pháp phần tử hữu hạn trở lại sử dụng hệ phương trình (2) với các biến $h(t, x, y)$ và $\vec{u}(t, x, y) = (u, v)$: hệ này được gọi là hệ « vận tốc-độ sâu cột nước ». Hệ này là không bảo toàn

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial h}{\partial t} + \vec{u} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(h) + h \text{div}(\vec{u}) = P - I \\ \frac{\partial u}{\partial t} + \vec{u} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(u) = -g \frac{\partial h}{\partial x} - g \frac{\partial Z}{\partial x} + F_x + \frac{1}{h} \text{div}(h v_e \overrightarrow{\text{grad}} u) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \vec{u} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(v) = -g \frac{\partial h}{\partial y} - g \frac{\partial Z}{\partial y} + F_y + \frac{1}{h} \text{div}(h v_e \overrightarrow{\text{grad}} v) \end{array} \right. \quad (13)$$

Vì phương pháp phần tử hữu hạn không phải là sự lựa chọn của chúng tôi nên sẽ chỉ giới thiệu tại đây nội dung chính gói gọn và bao trùm toàn bộ phương pháp:

- Nếu phương pháp đường đặc trưng được lựa chọn, hệ phương trình sẽ được xử lý qua hai bước bằng phương pháp phân rã.

Ở bước đầu tiên, chỉ các số hạng đối lưu tương ứng với các thành phần tải của các biến h , u , và v , trong trường hợp tính đến dòng rối và lan truyền nhiệt có thêm k , E và T được xử lý.

Ở bước thứ hai, các số hạng còn lại được xử lý nốt bao gồm: thành phần khuếch tán, các thành phần nguồn bằng một sơ đồ nửa ẩn theo thời gian (sơ đồ θ).

(ngoài ra nếu phương pháp đường đặc trưng không được lựa chọn thì ở bước này xử lý tất cả các thành phần bao gồm cả đối lưu)

- Bước tiếp theo áp dụng các công thức biến phân và phương pháp rời rạc theo không gian của phương pháp phần tử hữu hạn, với cách rời rạc theo thời gian và không gian nêu trên các thành phần phi tuyến sẽ được tuyến tính hóa biến đổi hệ phương trình vi phân đạo hàm riêng thành một hệ phương trình tuyến tính nơi mà các giá trị của h , u , v tại các nút là các biến cần tìm.
- Với mỗi bước thời gian chúng ta thu nhận được một hệ phương trình tuyến tính để giải : $AX = B$

$$A = \begin{pmatrix} AM1 & BM1 & BM2 \\ CM1^T & AM2 & 0 \\ CM2^T & 0 & AM3 \end{pmatrix}; \quad X = \begin{pmatrix} h_j^{n+1} \\ u_j^{n+1} \\ v_j^{n+1} \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} CV1 \\ CV2 \\ CV3 \end{pmatrix}$$

Hệ phương trình này sẽ được giải bằng phương pháp lặp hoặc phương pháp trực tiếp, được lựa chọn trong các chương trình con của thư viện BIEF của phòng thí nghiệm quốc gia về thủy lực và môi trường (L.N.H.E.).

Phương pháp này được mô tả chi tiết trong tài liệu chính của phần mềm TELEMAC (Hervouet 2007).

2.3.2 Phương pháp thể tích hữu hạn

Các sơ đồ thuộc kiểu thể tích hữu hạn còn được gọi là phương pháp « bắt sóc » do khả năng tính chính xác không những nghiệm trơn mà còn cả những nghiệm gián đoạn và tương tác sóng phức tạp. Chúng đáp ứng được tính chất bảo toàn bởi vì dòng đi ra từ phần tử này chính là dòng đi vào phần tử khác. Ưu điểm lớn nhất của phương pháp thể tích hữu hạn này là tính đơn giản của sơ đồ và khả năng ứng dụng phổ quát, nó có thể áp dụng gần như vào tất cả các vấn đề. Phương pháp này được nghiên cứu và áp dụng rất nhiều trong khoảng ba thập niên gần đây (Toro 2001).

Tiếp theo chúng tôi sẽ giới thiệu lý thuyết hệ phương trình hyperbolic, bất biến Riemann, công thức bước nhảy Rankine-Hugoniot. Chúng là nền tảng để xây dựng nhiều cách xấp xỉ của hàm dòng khác nhau. Một cách tự nhiên, người ta hay nghĩ đến đầu tiên là kiểu xấp xỉ sai phân trung tâm, với các đối số của hàm dòng chính là biến trạng thái U_G của phần tử bên trái (tương ứng biến U_D của phần tử bên phải) của giao diện chung (hình 2-5). Tuy nhiên kiểu xấp xỉ này không đúng cho trường hợp dòng chảy ở chế độ xiết và không ổn định và tạo ra nhiều nhiễu dao động số. Vì thế chúng tôi chỉ tập trung vào kiểu xấp xỉ sai phân ngược dòng (upwind trong tiếng Anh), đáp ứng tốt tính chất hyperbolic của hệ phương Saint-Venant.

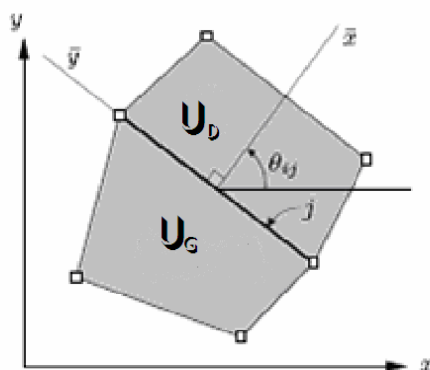


Figure 2-5: Các phần tử liên kề U_G và U_D

Xét hệ phương trình Saint-Venant dưới dạng bảo toàn:

$$\frac{\partial}{\partial t} U + \frac{\partial}{\partial x} F(U) + \frac{\partial}{\partial y} G(U) = S_1 + S_2 \quad (14)$$

ở đó

$$U = \begin{pmatrix} h \\ q_x \\ q_y \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} q_x \\ \frac{q_x^2}{h} + g \frac{h^2}{2} \\ \frac{q_x q_y}{h} \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} q_y \\ \frac{q_x q_y}{h} \\ \frac{q_y^2}{h} + g \frac{h^2}{2} \end{pmatrix},$$

$$S_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -gh \frac{\partial Z_b}{\partial x} - g \frac{n^2 \|q\|_2}{h^{7/3}} q_x \\ -gh \frac{\partial Z_b}{\partial y} - g \frac{n^2 \|q\|_2}{h^{7/3}} q_y \end{pmatrix}, \quad S_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\partial}{\partial x} (v_e \frac{\partial q_x}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (v_e \frac{\partial q_x}{\partial y}) \\ \frac{\partial}{\partial x} (v_e \frac{\partial q_y}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (v_e \frac{\partial q_y}{\partial y}) \end{pmatrix}$$

Hệ phương trình Saint-Venant là hệ quả của các định luật bảo toàn cho chất lỏng không nén được. Hàng đầu tiên của hệ phương trình véc tơ (2.14) là phương trình bảo toàn khối lượng (hay phương trình liên tục). Phương trình này diễn đạt rằng thể tích nước của một miền chỉ phụ thuộc vào dòng đi vào và dòng đi ra khỏi miền. Hai hàng còn lại của hệ (2.14) biểu diễn định luật hai Newton biến thiên động lượng.

Ta có thể biến đổi hệ trên về dạng giả tuyến tính để nghiên cứu tính chất riêng (xem Toro, E.F [2000]) :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + A(U) \frac{\partial U}{\partial x} + B(U) \frac{\partial U}{\partial y} = S_1 + S_2 \quad (15)$$

Ở đó $A(U)$ và $B(U)$ là các ma trận Jacobi tương ứng với các hàm dòng $F(U)$ và $G(U)$:

$$A(U) = \frac{\partial F}{\partial U} = \begin{pmatrix} \partial F_1 / \partial U_1 & \partial F_1 / \partial U_2 & \partial F_1 / \partial U_3 \\ \partial F_2 / \partial U_1 & \partial F_2 / \partial U_2 & \partial F_2 / \partial U_3 \\ \partial F_3 / \partial U_1 & \partial F_3 / \partial U_2 & \partial F_3 / \partial U_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ c^2 - u^2 & 2u & 0 \\ -uv & v & u \end{pmatrix} \quad (16)$$

$$B(U) = \frac{\partial G}{\partial U} = \begin{pmatrix} \partial G_1 / \partial U_1 & \partial G_1 / \partial U_2 & \partial G_1 / \partial U_3 \\ \partial G_2 / \partial U_1 & \partial G_2 / \partial U_2 & \partial G_2 / \partial U_3 \\ \partial G_3 / \partial U_1 & \partial G_3 / \partial U_2 & \partial G_3 / \partial U_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -uv & v & u \\ c^2 - u^2 & 0 & 2v \end{pmatrix} \quad (17)$$

Với $c = \sqrt{gh}$ là tốc độ lan truyền sóng kích động, $U_1=h$, $U_2=q_x$, $U_3=q_y$

Hệ phương trình hyperbolic

Một hệ phương trình với các ma trận Jacobi $A(U)$ và $B(U)$ được gọi là hyperbolic nếu ma trận $C(U)$ tổ hợp tuyến tính của hai ma trận $A(U)$ và $B(U)$:

$$C = w_1 A + w_2 B \quad (18)$$

có ba giá trị riêng là các số thực với mọi giá trị của U mọi giá trị của véc tơ $\vec{w} = (w_1, w_2)$. Hệ được gọi là hyperbolic mạnh nếu thỏa mãn tính chất trên ngoài ra cả ba giá trị riêng khác nhau từng đôi một.

Điều đó có nghĩa là với một véc tơ $\vec{w} = (w_1, w_2)$ bất kì, hàm dòng được tính bởi biểu thức $Flux(U) = (F, G) \cdot \vec{w} = F(U) \cdot w_1 + G(U) \cdot w_2$ có ma trận Jacobi $\partial_U (F, G) \cdot \vec{w}$ chéo hóa được.

Quay trở lại trường hệ phương trình Saint Venant, các giá trị riêng của ma trận Jacobi $C(U)$ như sau:

$$\lambda_1 = u \cdot w_1 + v \cdot w_2 - c|w| ; \quad \lambda_2 = u \cdot w_1 + v \cdot w_2 ; \quad \lambda_3 = u \cdot w_1 + v \cdot w_2 + c|w|$$

Vì vậy hệ sẽ có tính chất hyperbolic mạnh nếu $h > 0$. Điều đó có nghĩa ma trận Jacobi chéo hóa được. Để đơn giản chúng ta sẽ nghiên cứu kĩ bài toán một chiều trước, thay vì nghiên cứu ngay lập tức các bài toán phức tạp hơn.

Bài toán Riemann

Bài toán Riemann một chiều là bài toán đơn giản nhất để nghiên cứu tất cả các tính chất nêu trên. Để tiếp cận vấn đề chúng tôi nêu ra một số khái niệm kiến thức cơ bản.

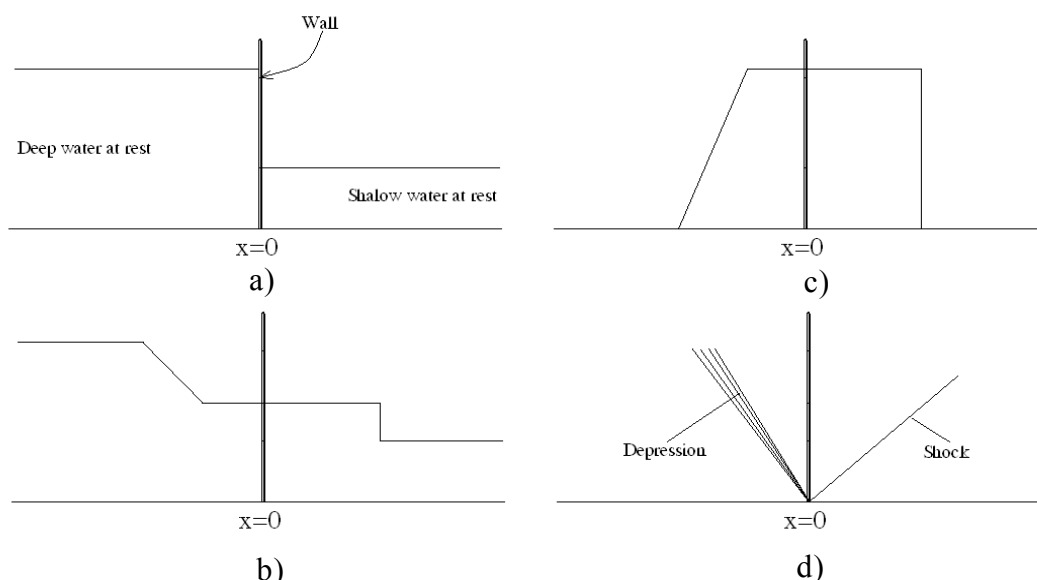


Figure 2-6: Quá trình vỡ đập a) Mức nước ban đầu b) Mức nước ở một thời điểm sau khi đập vỡ c) Phân bố vận tốc tại thời điểm tương ứng d) sơ đồ sóng trên mặt phẳng $x-t$

Bài toán Riemann một chiều là bài toán phương trình hyperbolic thuần nhất Cauchy với điều kiện đầu gián đoạn:

$$\begin{cases} U_t + F(U)_x = 0 \\ U_I(x) = \begin{cases} U_L & \text{cho } x < 0 \\ U_R & \text{cho } x > 0 \end{cases} \end{cases} \quad (19)$$

Vì vậy hệ phương trình Saint Venant bỏ qua các biến thiên theo trục y cho mô tả dòng chảy trên kênh có mặt cắt hình chữ nhật, đáy phẳng và nằm ngang với điều kiện đầu gián đoạn chính là một bài toán Riemann (nếu ta tiếp tục giả thiết bỏ qua vận tốc theo chiều y thì hệ chỉ còn là bài toán mô phỏng dòng chảy do vỡ đập). Hệ có thể biểu diễn như sau :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} h \\ q_x \\ q_y \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} q_x \\ \frac{q_x}{h} + g \frac{h^2}{2} \\ \frac{q_x q_y}{h} \end{pmatrix} = 0 \\ U_I(x) = \begin{cases} U_L & \text{cho } x < 0 \\ U_R & \text{cho } x > 0 \end{cases} \end{cases} \quad (20)$$

Trong trường hợp hình 2-6, ta sẽ có sóng dẫn lan truyền về bên trái và làm hạ từ từ mực nước bên trái xuống, sóng sốc lan truyền về bên phải làm nâng đột ngột mực nước bên phải lên, và sóng gián đoạn làm gián đoạn vận tốc dòng chảy theo phương Oy nằm ở giữa. Sau đây là một vài tính chất đáng chú ý của bài toán Riemann.

Hệ phương trình trên có thể biến đổi được về dạng giả tuyến tính sau :

$$U_t + A(U)U_x = 0 \quad (21)$$

$$\text{với } A(U) = \frac{\partial F}{\partial U} = \begin{pmatrix} \partial F_1 / \partial U_1 & \partial F_1 / \partial U_2 & \partial F_1 / \partial U_3 \\ \partial F_2 / \partial U_1 & \partial F_2 / \partial U_2 & \partial F_2 / \partial U_3 \\ \partial F_3 / \partial U_1 & \partial F_3 / \partial U_2 & \partial F_3 / \partial U_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ c^2 - u^2 & 2u & 0 \\ -uv & v & u \end{pmatrix} \quad (22)$$

Các giá trị riêng của ma trận $A(U)$ như sau :

$$\lambda_1 = u - c ; \quad \lambda_2 = u ; \quad \lambda_3 = u + c$$

Khi $h > 0$ hệ trên có tính chất hyperbolic mạnh. Ma trận $A(U)$ chéo hóa được cho phép biến đổi được hệ (21) về dạng đơn giản hơn thông qua phép quay tọa độ.

Các bất biến Riemann: Trong trường hợp tổng quát

Nếu ma trận $A(U)$ với U véc tơ biến trạng thái m -chiều $U = [w_1, w_2, \dots, w_m]^T$, véc tơ riêng bên phải $R = [r_1^i, r_2^i, \dots, r_m^i]^T$ tương ứng với giá trị riêng $\lambda_i(U)$.

Khi đó với mỗi véc tơ riêng bên phải $R = [r_1^i, r_2^i, \dots, r_m^i]^T$ ta có các bất biến Riemann là $m-1$ phương trình vi phân thường :

$$\frac{dw_1}{r_1^{(i)}} = \frac{dw_2}{r_2^{(i)}} = \frac{dw_3}{r_3^{(i)}} = \dots = \frac{dw_m}{r_m^{(i)}} \quad (23)$$

Áp dụng với hệ phương trình Saint Venant bỏ qua biến thiên theo trục y , biến trạng thái U và ma trận Jacobi $A(U)$ như sau :

$$U = \begin{pmatrix} h \\ q_x \\ q_y \end{pmatrix}, \quad A(U) = \frac{\partial F}{\partial U} = \begin{pmatrix} \partial F_1 / \partial U_1 & \partial F_1 / \partial U_2 & \partial F_1 / \partial U_3 \\ \partial F_2 / \partial U_1 & \partial F_2 / \partial U_2 & \partial F_2 / \partial U_3 \\ \partial F_3 / \partial U_1 & \partial F_3 / \partial U_2 & \partial F_3 / \partial U_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ c^2 - u^2 & 2u & 0 \\ -uv & v & u \end{pmatrix}$$

Các giá trị riêng của ma trận $A(U)$ như sau :

$$\lambda_1 = u - c ; \quad \lambda_2 = u ; \quad \lambda_3 = u + c$$

Véc tơ riêng tương ứng với giá trị riêng $\lambda_1 = u - c$ như sau

$$R = \begin{pmatrix} 1 \\ u - c \\ v \end{pmatrix}$$

Theo biểu thức tổng quát trên ta có bất biến Riemann sau :

$$\frac{dh}{1} = \frac{d(hu)}{u - c} = \frac{d(hv)}{v}$$

Biến đổi hệ trên ta thu được

$$dv = 0 \quad du + \sqrt{\frac{g}{h}} dh = 0$$

Tương đương với công thức đã biết $u+c=constant$, $v=constant$

Điều kiện gián đoạn Rankine-Hugoniot:

Nếu nghiệm của của bài toán Riemann có gián đoạn (hay sốc), khi đó ta có thể áp dụng công thức gián đoạn Rankine-Hugoniot biểu diễn mối quan hệ giữa hàm dòng và biến trạng thái qua gián đoạn (hay qua sốc). Ví dụ giả sử biến trạng thái U thuộc lớp C^1 lớp các hàm liên tục trừ trên đường gián đoạn (t ; $x(t)$). Gọi S là vận tốc gián đoạn, U_r và U_l các giá trị của U bên phải và bên trái của gián đoạn, ta có :

$$F(U_r) - F(U_l) = S.(U_r - U_l) \quad (24)$$

Đối với hệ phương trình Saint Venant, chỉ cần dựa trên các bất biến của Riemann và điều kiện gián đoạn Rankine-Hugoniot chúng ta đã có thể tìm được nghiệm giải tích của mỗi loại sóng trình bày ở trên từ đó tìm được nghiệm chính xác của hệ phương trình. Tuy nhiên tìm nghiệm chính xác cho toàn bộ miền tính là không thể, nên cũng dựa vào lý thuyết trên người ta xây dựng các xấp xỉ số.

Phương pháp số kiểu Godounov

Khi miền tính có nhiều phần tử, việc tìm nghiệm giải tích chính xác trở nên quá nặng thậm chí không khả thi. Hệ quả là để giảm thiểu lượng tính toán người ta tìm nghiệm xấp xỉ bằng các phương pháp số, kiểu đầu tiên là kiểu Godounov. Phương pháp kiểu Godounov sử dụng nghiệm chính xác địa phương của bài toán Riemann.

Xét bài toán Riemann :

$$U_t + F(U)_x = 0 \quad (25)$$

Rời rạc phương trình (25) ta có:

$$U^{n+1} = U^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{i+1/2} - F_{i-1/2}) \quad (26)$$

Ở đó $F_{i+1/2}$ được gọi là hàm dòng Riemann tại dao diện $x = x_{i+1/2}$ của hai phần tử i et $i+1$

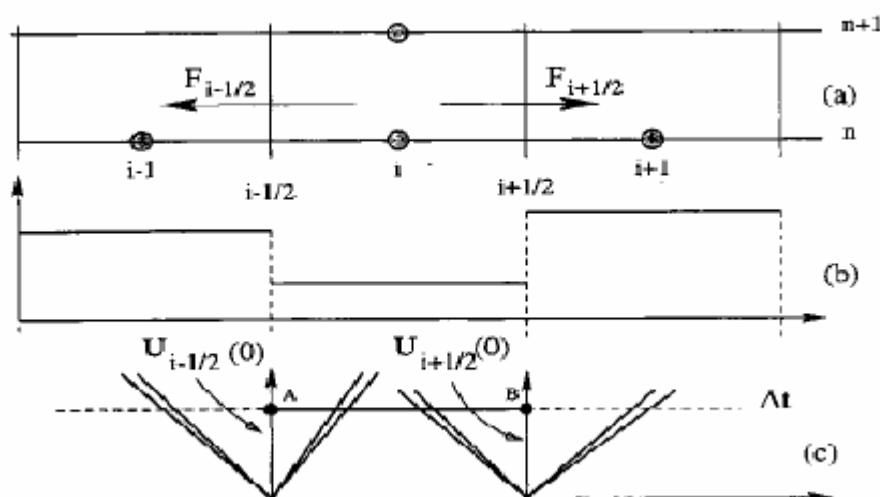


Figure 2-7: Sơ đồ sai phân ngược dòng Godounov cho dòng chảy một chiều a) Thẻ tích kiểm tra trên trục Ox b) Trạng thái ban đầu trên mỗi thẻ tích c) Cấu trúc nghiệm của bài toán Riemann tại các dao diện (xem Toro, E.F [2000])

Ta có thể xấp xỉ hàm dòng Riemann $F_{i+1/2}$ bằng nhiều cách khác nhau đều cho sơ đồ có tính bảo toàn. Phương pháp Godounov nguyên thủy sử dụng nghiệm giải tính chính xác tại dao diện $x = x_{i+1/2}$ là $U_{i+1/2}(0)$ của hai phần tử i à $i+1$. Nghiệm này tính được theo cách dùng các bất biến Riemann và điều kiện gián đoạn Rankine-Hugoniot. Hàm dòng Riemann sẽ được tính như sau :

$$F_{i+1/2} = F(U_{i+1/2}(0))$$

Tuy nhiên sử dụng cách này cho một miền tính toán rộng có nhiều phần tử số là rất phức tạp và mơ hồ. Vì vậy các giải pháp xấp xỉ hàm dòng Riemann đơn giản hơn được đưa ra. Các giải pháp xấp xỉ này phải thỏa mãn một số điều kiện, tức là các xấp xỉ hàm dòng phải thỏa mãn:

Tính nhất quán

Sơ đồ xấp xỉ hàm dòng là nhất quán với dạng bảo toàn, có nghĩa là :

$$F_{i+1/2}(U, \dots, U) = F(U) \quad (27)$$

Và sơ đồ cũng nhất quán với điều kiện entropi gắn với hệ phương trình:

$$\eta(U)_t + h(U)_x \leq 0 \quad (28)$$

Ở đó $\eta(u)$ là hàm thực sự lồi được gọi là entropi gắn với hàm dòng $h(u)$ thỏa mãn

$$h'(U) = \eta'(U)F'(U) \quad (29)$$

Tính ổn định

Tính ổn định được hiểu theo một vài khía cạnh. Nhưng quan trọng nhất là khía cạnh bảo toàn sao cho được độ sâu cột nước luôn là số dương:

$$h_i^n \geq 0, \forall i \in Z \Rightarrow h_i^{n+1} \geq 0, \forall i \in Z$$

Giải pháp xấp xỉ hàm dòng sẽ có tính ổn định trên nếu điều kiện CFL (Courant-Friedrich-Levy) được thỏa mãn. Điều kiện ổn định này liên quan tới chuẩn L_1 hay còn gọi là chuẩn sup hay trong trường hợp hữu hạn là chuẩn max:

$$\max_{i \in Z} |c_{i+1/2}| \frac{\Delta t^n}{\Delta x} \leq 1$$

ở đó $c_{i+1/2}$ là một xấp xỉ của tốc độ lan truyền sóng sẽ được trình bày rõ ở các mục sau. Điều kiện ổn định CFL hạn chế sử dụng bước thời gian giới hạn bởi công thức :

$$\Delta t^n \leq \frac{\Delta x}{\max_{i \in Z} |c_{i+1/2}|}$$

Điều kiện CFL là một điều kiện tổng quát của tính ổn định của hội tụ. Nó có thể bị hạn chế hơn nữa nếu chúng ta tăng bậc sai số của sơ đồ hoặc nếu chúng ta thêm thành phần khuếch tán vào hệ phương trình Saint-Venant (xem luận án của Olivier DELESTRE[2010]).

2.3.1 Các giải pháp xấp xỉ, sơ đồ cân bằng, xử lý các thành phần nguồn

Rời rạc hệ phương trình Saint Venant bằng phương pháp thể tích hữu hạn

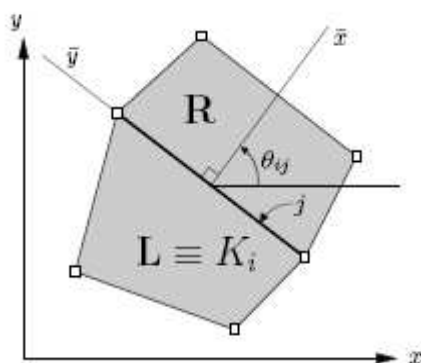


Figure 2-8 : Hai phần tử liền kề và tính chất bất biến đối với phép quay.

Tích phân hệ phương trình bảo toàn trên từng phần tử V_i ta có:

$$\int_{V_i} \frac{\partial U}{\partial t} dV + \int_{V_i} \left[\frac{\partial}{\partial x} F(U) + \frac{\partial}{\partial y} G(U) \right] dV = \int_{V_i} (S^1 + S^2) dV \quad (30)$$

Áp dụng định lý Green ta có:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_i} U dV + \oint_C (F, G) \cdot \vec{n} dc = \int_{V_i} (S_1 + S_2) dV \quad (31)$$

Theo tính chất bất biến đối với phép quay ta có :

$$(F, G) \cdot \vec{n} = T_{ij}^{-1} F(T_{ij} U) \quad (32)$$

Với ma trận quay:

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (33)$$

Ta có :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_i} U dV + \sum_{j=1}^{N_i} \int_{E_{ij}} T_{ij}^{-1} F(T_{ij} U) \cdot ds = \int_{V_i} (S_1 + S_2) dV \quad (34)$$

Gọi \hat{U}_i là đại lượng trung bình hóa của \hat{U} trên phần tử V_i với :

$$U_i = \frac{1}{|V_i|} \int_{V_i} U dV \quad (35)$$

Ta có :

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{1}{|V_i|} \sum_{j=1}^{N_i} \int_{E_{ij}} T_{ij}^{-1} F(T_{ij} U_i) \cdot ds = \int_{V_i} (S_1 + S_2) dV \quad (36)$$

Theo công thức Euler rời rạc của đạo hàm theo thời gian ta có :

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} = \frac{1}{\Delta t} (U_i^{n+1} - U_i^n)$$

Hệ phương trình trở thành :

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{|V_i|} \sum_{j=1}^{N_i} \int_{E_{ij}} T_{ij}^{-1} F(T_{ij} U_i^n) \cdot ds + \Delta t \int_{V_i} (S_1 + S_2) dV \quad (37)$$

Lúc này mấu chốt để giải quyết vấn đề toán học hai chiều chỉ còn là việc tính hàm dòng một chiều vuông góc với các mặt của mỗi phần tử. Công việc khó khăn nhất còn lại để giải hệ trên là cách xấp xỉ của hàm dòng trên:

$$\text{Flux} = \int_{E_{ij}} T_{ij}^{-1} F(T_{ij} U_i^n) \cdot ds \quad (38)$$

Tiếp theo sẽ trình bày các giải pháp xấp xỉ của hàm dòng vuông góc với các mặt $F(T_{ij} U_i^n)$.

Sơ đồ cân bằng

Trong tự nhiên ta thường xuyên bắt gặp các định luật bảo toàn trong trạng thái dừng hoặc cận dừng, với hàm dòng không phải triệt tiêu mà cân bằng chính xác với các thành phần nguồn. Làm thế nào mô tả được trạng thái đó là chủ đề của rất nhiều nghiên cứu và công bố trong khoảng hai mươi năm gần đây. Hệ phương trình Saint-Venant có thành phần nguồn cực kì

quan trọng là độ dốc đáy. Vì vậy vấn đề xử lý sự cân bằng giữa độ dốc đáy và hàm dòng là rất quan trọng. Chúng được đề ra vào cuối thập niên 80 và được giải quyết vào giữa thập niên 90 (xem LeVeque 1997). Rất nhiều phương pháp số (ví dụ phương pháp phân rã) thất bại trong việc mô tả trạng thái này.

Các sơ đồ thuần nhất nói chung không tương thích với các trạng thái cân bằng này, vì thế chúng thường xuyên không thỏa mãn. Chúng tạo ra các nhiễu dao động số với biên độ không thể bỏ qua và trường vận tốc không chấp nhận được (xem Delestre 2010). Bắt đầu từ (Greenberg và Leroux 1996), sơ đồ số nào bảo đảm được sự cân bằng sẽ được gọi là sơ đồ « cân bằng » (well-balanced trong tiếng Anh). Trong số những người đầu tiên quan tâm tới kiểu sơ đồ này, chúng ta có thể kể ra (Bermudez và Vazquez 1994, Bermudez và các cộng sự 1998) đã đề xuất mở rộng cho sơ đồ Roe bao gồm việc sai phân ngược dòng thành phần độ dốc đáy. Bằng cách chiếu thành phần nguồn độ dốc đáy lên các vec tơ riêng của ma trận Jacobi của hàm dòng. Bằng cách sửa đổi giải pháp Riemann, (LeVeque 1997) thu được một sơ đồ tính được chính xác các kiểu dòng chảy cận dừng. Sơ đồ này tương thích với trạng thái cân bằng giữa hàm dòng và độ dốc. Thậm chí (Vazquez-Cendon 1999) đã mở rộng phương pháp này cho việc xử lý số hạng ma sát. (Greenberg and Leroux 1996) cũng đã đề xuất sửa đổi sơ đồ Godunov cho phép tính đến thành phần độ dốc đáy. Tới thời điểm bây giờ, hầu như tất cả các sơ đồ số đều đã được chỉnh sửa để mô tả trạng thái cân bằng này.

Bây giờ chúng ta chỉ xem xét hệ phương trình dạng bảo toàn mô tả dòng chảy trong kênh có mặt cắt ngang không thay đổi:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} F(U) = G(x, U) \quad (39)$$

$$\text{Với } U = \begin{pmatrix} h \\ hu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h \\ q \end{pmatrix}; \quad F(U) = \begin{pmatrix} q \\ \frac{q^2}{h} + \frac{1}{2}gh^2 \end{pmatrix}; \quad G(x, U) = \begin{pmatrix} 0 \\ gh \frac{\partial Z}{\partial x} \end{pmatrix}$$

Ở đó :

- h : độ sâu cột nước (m),
- u : vận tốc (m/s),
- q : lưu lượng (m²/s),
- Z : cao độ địa hình,
- $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ gia tốc trọng trường.

Sơ đồ thể tích hữu hạn thuần nhất đang bảo toàn như sau:

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{i+1/2}^n - F_{i-1/2}^n) \quad (40)$$

$F_{i+1/2}$ là hàm dòng tại dao diện $x = x_{i+1/2}$ của hai phần tử i và $i+1$.

Chỉnh sửa hàm dòng

Chúng tôi trình bày một cách có hệ thống ở đây từ dạng chung đến các đặc trưng riêng của các giải pháp. Dạng chung của các giải pháp (Roe, HLL, Rusanov, Van Leer) có thể trình bày như sau (xem Fernandez-Nieto et al. 2010) :

$$F_{i+1/2}(V_i, V_{i+1}) = \frac{F(V_i) + F(V_{i+1})}{2} - \frac{1}{2} P_{ij} \{A_{ij}(V_{i+1} - V_i) - \kappa_{1,ij}(\bar{z}_{b,i+1} - z_{b,i})\} \quad (41)$$

$$\kappa_{1,ij} = \kappa_1 \left(\frac{V_i + V_{i+1}}{2} \right) = \left(g \frac{h_1 + h_2}{2} \right) \quad (42)$$

Với cách chọn cao độ địa hình để xử lý lan truyền biên khô ướt như sau :

$$\bar{z}_{b,j} = \begin{cases} z_{b,j} & \text{si } h_j > 0 \\ z_{b,i} + h_i & \text{si } h_j = 0 \end{cases} \quad j = j_1, j_2 \quad (43)$$

Ma trận A_{ij} là xấp xỉ trung bình của ma trận Jacobi như sau :

$$A_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \tilde{c}^2 - \tilde{u}^2 & 2\tilde{u} \end{pmatrix}$$

Ma trận A_{ij} có thể biểu diễn như sau : $A_{ij} = X_{ij} \Lambda_{ij} X_{ij}^{-1}$

Với các giá trị riêng của ma trận A_{ij} là $\lambda_{1,ij} < \lambda_{2,ij}$

$$\lambda_{2,ij} = \tilde{a} + \tilde{u} ; \quad \lambda_{1,ij} = \tilde{a} - \tilde{u}$$

Ma trận đường chéo các giá trị riêng : $\Lambda_{ij} = \begin{pmatrix} \tilde{\lambda}_{1,ij} & 0 \\ 0 & \tilde{\lambda}_{2,ij} \end{pmatrix}$

Các véc tơ riêng : $X_{2,ij} = \begin{pmatrix} 1 \\ \tilde{a} + \tilde{u} \end{pmatrix}, X_{1,ij} = \begin{pmatrix} 1 \\ \tilde{a} - \tilde{u} \end{pmatrix}$

Ma trận các véc tơ riêng: $X_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \tilde{a} - \tilde{u} & \tilde{a} + \tilde{u} \end{pmatrix}$

Ở đó \tilde{c} , \tilde{u} , λ_{ij} , X_{ij} phụ thuộc vào bản thân đặc trưng riêng của mỗi sơ đồ số mà chúng tôi sẽ chỉ ra dưới đây.

- Sơ đồ Roe dựa trên việc chọn các giá trị trung bình như sau :

$$\tilde{h} = \sqrt{h_L h_R} ; \quad \tilde{u} = \frac{u_L \sqrt{h_L} + u_R \sqrt{h_R}}{\sqrt{h_L} + \sqrt{h_R}} ; \quad \tilde{a} = \sqrt{\frac{1}{2}(a_L^2 + a_R^2)} \quad (44)$$

Tiếp theo ma trận P_{ij} , $P_{ij} = X_{ij} \text{sgn}(\Lambda_{ij}) X_{ij}^{-1}$ (45)

$$\text{sgn}(\Lambda_{ij}) = \text{diag}(\text{sgn}(\lambda_{1,ij}), \text{sgn}(\lambda_{2,ij})) \quad (46)$$

- Sơ đồ HLL dựa trên việc chọn các giá trị trung bình như sau :

$$\tilde{h} = \frac{h_L + h_R}{2} ; \quad \tilde{u} = \frac{u_L + u_R}{2} ; \quad \tilde{a} = \sqrt{\frac{1}{2}(a_L^2 + a_R^2)} \quad (47)$$

Tiếp theo ma trận P_{ij} , $P_{ij} = S_1 I + S_2 A_{ij}^{-1}$

$$S_1 = \frac{S_L + S_R}{S_L - S_R} ; \quad S_2 = \frac{-2S_R S_L}{S_L - S_R} ; \quad \begin{cases} S_L = \min(\lambda_{1,ij}, 0) \\ S_R = \max(\lambda_{2,ij}, 0) \end{cases} \quad (48)$$

- Sơ đồ Russanov dựa trên việc chọn các giá trị trung bình như sau :

$$\tilde{h} = \frac{h_L + h_R}{2} ; \quad \tilde{u} = \frac{u_L + u_R}{2} ; \quad \tilde{a} = \sqrt{\frac{1}{2}(a_L^2 + a_R^2)} \quad (49)$$

Tiếp theo ma trận P_{ij}

$$P_{ij} = \max_{l=1,2} \{|\lambda_{l,ij}|\} A_{ij}^{-1} \quad (50)$$

- Sơ đồ Van Leer giống sơ đồ Roe chỉ trừ các giá trị trung bình được lấy theo sơ đồ HLL.

Xử lý số hạng ma sát, phương pháp phân rã

Trong phần mềm DassFlow, số hạng ma sát được xử lý bằng phương pháp phân rã. Thành phần độc dốc đáy được xử lý riêng theo cách trình bày ở trên.

Phương pháp phân rã giải hệ bằng hai bước :

$$\begin{cases} \text{PDE} & U_t + F(U)_x = 0 \\ \text{CI} & U(x, t^n) = U^{(n)} \end{cases} \xrightarrow{\Delta t} U^{\text{adv}} \quad (51)$$

$$\begin{cases} \text{ODE} & \frac{dU}{dt} = S \\ \text{CI} & U = U^{\text{adv}} \end{cases} \xrightarrow{\Delta t} U^{n+1} \quad (52)$$

Sau đó nghiệm đầy đủ sẽ được tính như sau : $U_i^s = (1 - \beta)U_i^n + \beta U^{\text{adv}}$.

Tùy thuộc vào hệ số β ta có nhiều kết quả cho U_i^s

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} [F_{i+1/2} - F_{i-1/2}] + \Delta t.S(U^{(s)}) \quad (53)$$

Trong DassFlow, chúng tôi chọn $\beta=1$, để phương pháp ổn định hơn.

2.4 Mô hình liên hợp

Mục này trình bày cơ sở lý thuyết của phương pháp đồng hóa số liệu biến phân.

2.4.1 Hệ phương trình xuôi

Tại mỗi thời điểm trạng thái vật lý của hiện tượng được mô tả bằng biến trạng thái $y(x, t)$ thuộc không gian các hàm bình phương khả tích mà đạo hàm của chúng cũng là hàm bình phương khả tích sau đây:

$$W(0, T) = \{y(x, t), x \in \Gamma | y \in L^2_\Gamma(0, T), \partial_t y \in L^2_\Gamma(0, T)\}$$

Kí hiệu u_T và H không gian Hilbert các tham số của mô hình và không gian Hilbert điều kiện đầu của mô hình. Không gian mới bao gồm tất cả các biến điều khiển được xây dựng như sau : $K = H \times u_T$. Các véc tơ của không gian Hilbert K được kí hiệu $k = (y_0, v)$ ở đó $y_0 \in H$ là điều kiện đầu và $v \in u_T$ các tham số của mô hình. Kí hiệu không gian Hilbert O không gian số liệu quan trắc.

Gọi hệ phương trình vi phân đạo hàm riêng mô tả trạng thái vật lý là mô hình xuôi, Trạng thái vật lý $y(x, t)$ là nghiệm của hệ phương trình sau :

$$(D) \left\{ \begin{array}{l} \text{donne } (y_0, v) \in H \times u_T, \text{ trouver } y \in W(0, T) \text{ tel que} \\ \partial_t y(y_0, v, t) + A(v, y(y_0, v, t)) = 0, \forall t \in]0, T[\\ y(0) = y_0 \end{array} \right.$$

Ở đó $A: U \times V \rightarrow V'$ là toán tử vi phân đạo hàm riêng, $y_0 \in H$ là điều kiện đầu, $v \in u_T$ là tham số tại thời điểm t . Hiển nhiên nghiệm $y(x, t)$ của mô hình xuôi (D) phụ thuộc trực tiếp vào biến điều khiển $y_0 \in H$ và $v \in u_T$ của mô hình.

Để ứng dụng phương pháp đồng hóa số liệu biến phân chúng ta chấp nhận một số giả thiết sau:

Các giả thiết cơ bản :

Với mỗi véc tơ $k = (y_0, v)$ của không gian các biến điều khiển và $T > 0$, mô hình xuôi (D) chỉ có một nghiệm duy nhất $y(k, t)$. Nghiệm $y(k, t)$ này là hàm số liên tục của biến điều khiển $k = (y_0, v)$ với mọi $\forall t \in (0, T)$

Giả thiết tiếp theo hàm số $y: K \rightarrow V: k = (y_0, v) \rightarrow y(k, t)$ khả vi theo Fréchet với mọi $\forall t \in (0, T)$. Vậy theo định nghĩa $\forall \delta k \in K$ chúng ta có :

$$y(k + \delta k, t) = y(k, t) + Dy(k, t) \cdot \delta k + o(\|\delta k\|) \quad (54)$$

Ở đó $Dy(k, t)$ là đạo hàm của y tại k .

2.4.2 Hàm mục tiêu

Hàm mục tiêu xác định sự sai khác giữa nghiệm $y(x, t)$ của mô hình xuôi (D) với số liệu quan trắc kí hiệu là y^{obs} thông qua chuẩn bình phương L_2 . Chúng ta cũng giả thiết rằng các số liệu quan trắc cũng thuộc không gian Hilbert các hàm bình phương khả tích $L^2_\Gamma(0, T)$.

Mục tiêu duy nhất của phương pháp đồng hóa số liệu biến phân là tìm được giá trị của biến điều khiển để hàm mục tiêu là minimum. Biểu thức của hàm mục tiêu là như sau:

$$J(k; y(k)) = \int_0^T \|Cy(k, t) - y^{obs}\|^2 dt + \langle N(y_0 - y_b), y_0 - y_b \rangle_H \quad (55)$$

Ở đó $C \in L(W, O)$ là toán tử qui chiếu từ không gian trạng thái vào không gian số liệu quan trắc, có thể phụ thuộc vào thời gian, $\|\cdot\|_O$ là một chuẩn định nghĩa trong không gian O , $\langle \cdot, \cdot \rangle_H$ là tích vô hướng trong không gian điều kiện đầu H , N là một đẳng cấu trong không gian H xác định dương, $y_b \in H$ là giá trị làm chuẩn của điều kiện đầu, nghiệm cần tìm sẽ được xác định xung quanh giá trị này.

Trong trường hợp toán tử chiếu $C:]0, T[\times W \rightarrow O$ là hàm phi tuyến, hàm mục tiêu sẽ được xác định như sau:

$$J(k; y(k)) = \int_0^T \|C(y(k, t)) - y^{obs}\|^2 dt + \langle N(y_0 - y_b), y_0 - y_b \rangle_H \quad (56)$$

Phần tiếp theo chúng ta chỉ xét trường hợp toán tử chiếu là hàm tuyến tính, nhưng có thể thay đổi theo thời gian tùy theo trường hợp, đặc biệt trong trường hợp số liệu là nhiều điểm rời rạc như kiểu số liệu thu thập được tại các trạm đo đặc thủy văn. Tập hợp số liệu quan trắc tại thời điểm t có thể biểu diễn như sau $y^{obs}(t) = \{y_m^{obs}(t)\}_{m=1, M}$. Trong trường hợp này không gian số liệu quan trắc O chính là trường số thực R^m và phép chiếu lúc này trở thành $C \in L(W, R^m)$. Khi đó hàm mục tiêu sẽ được xác định như sau:

$$J(k; y(k)) = \int_0^T \|C(y(k, t)) - y^{obs}\|^2_{R^m} dt + \langle N(y_0 - y_b), y_0 - y_b \rangle_H \quad (57)$$

Nếu ngay cả trên các trạm đo các giá trị cũng không có liên tục theo thời gian, chỉ có số liệu tại các thời điểm $\{t_i^{obs}\}_{i=1, N}$, khi đó hàm mục tiêu sẽ được xác định như sau:

$$J(k; y(k)) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \|C_i y(k; t_i) - y_i^{\text{obs}}\|_O^2 + \langle N(y_0 - y_b), y_0 - y_b \rangle_H \quad (58)$$

Ở đó $C_i \in L(W, O)$ là toán tử chiếu, $y^{\text{obs}} = \{y_i^{\text{obs}}\}_{i=1, N} \in O^N$ là véc tơ số liệu quan trắc, y_i^{obs} là số liệu tại thời điểm t_i với $\forall i = 1, \dots, N$.

2.4.3 Hệ phương trình tuyến tính

Kí hiệu $d\hat{y}(k, \delta k)$ đạo hàm Gâteaux của hàm số $y(k, t)$ tại điểm $k = (y_0, v)$ theo hướng $\delta k \in K$. Ta có :

$$d\hat{y}(k, \delta k) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{y(k + \tau \delta k, t) - y(k, t)}{\tau} = \frac{d}{d\tau} y(k + \tau \delta k, t) \quad (59)$$

Vì chúng ta đã giả thiết biến trạng thái $y(k, t)$ là khả vi theo nghĩa của Fréchet (khả vi mạnh) nên đạo hàm Gâteaux $d\hat{y}(k, \delta k)$ có thể biểu diễn như sau:

$$d\hat{y}(k, \delta k) = D(k, t). \delta k \quad (60)$$

Ở đó $Dy(k, t)$ là đạo hàm của hàm $y(k, t)$ tại điểm $k = (y_0, v)$

Kí hiệu δy_0 và δv thành phần của véc tơ $\delta k \in K$, khai triển biểu thức (60) theo hai thành phần này ta có:

$$d\hat{y}(k, \delta k) = Dy(k, t). \delta k = \frac{\partial y}{\partial y_0}(k). \delta y_0 + \frac{\partial y}{\partial v}(k). \delta v \quad (61)$$

Hệ phương trình xuôi (D) với tham số điều khiển tại điểm $k + \tau \delta k \in K$ ta có:

$$\begin{cases} \partial_t y(y_0 + \tau \delta y_0, v + \tau \delta v, t) + A(v + \tau \delta v, y(y_0 + \tau \delta y_0, v + \tau \delta v, t)) = 0, \forall t \in]0, T[\\ y|_{t=0} = y_0 + \tau \delta y_0 \end{cases} \quad (62)$$

Hệ phương trình xuôi (D) với tham số điều khiển tại điểm $k \in K$

$$\begin{cases} \partial_t y(v, t) + A(v, y(v, t)) = 0, \forall t \in]0, T[\\ y|_{t=0} = y_0 \end{cases} \quad (63)$$

Xét riêng toán tử đạo hàm riêng, khai triển toán tử này theo công thức Taylor:

$$\begin{aligned}
A(v+\tau\delta v, y(y_0+\tau\delta y_0, v+\tau\delta v)) &= A(v+\tau\delta v, y(y_0, v) + \frac{\partial y(v)}{\partial y_0}\tau\delta y_0 + \frac{\partial y(v)}{\partial v}\tau\delta v + o(\|\tau\delta v\|)) \\
&= A(v, y(v)) + \frac{\partial A(v, y(v))}{\partial v}\tau\delta v + \frac{\partial A(v, y(v))}{\partial y} \left(\frac{\partial y(v)}{\partial y_0}\tau\delta y_0 + \frac{\partial y(v)}{\partial v}\tau\delta v \right) + o(\|\tau\delta v\|)
\end{aligned} \quad (64)$$

Lấy biểu thức (62) trừ đi biểu thức (63), sau đó chia tất cả cho τ , rồi lấy giới hạn khi cho τ tiến tới không ta thu được hệ phương trình tuyến tính (L):

$$(L) \begin{cases} \partial_t \hat{y}(t) + \frac{\partial A}{\partial y}(v, y(v, t)) \hat{y}(t) + \frac{\partial A}{\partial v}(v, y(v, t)) \delta v = 0, \forall t \in]0, T[\\ \hat{y}(0) = \delta y_0 \end{cases} \quad (65)$$

Cũng theo cách trên đạo hàm Gâteaux của hàm mục tiêu tại điểm $k = (y_0, v)$ theo hướng $\delta k \in K$ như sau:

$$d\hat{J}(k, \delta k) = \int_0^T \left\langle C^* \Lambda_0 (Cy(k, t) - y^{obs}), dy(t) \right\rangle_{V' \times V} dt + \langle N(y_0 - y_b), \delta y_0 \rangle_H \quad (66)$$

Ở đó $\langle \cdot \rangle_{V' \times V}$ là tích liên hợp, Λ_0 là một đẳng cấu từ không gian O tới không gian O' là không gian liên hợp với không gian O , và $C^* \in L(O', V')$ là toán tử liên hợp của toán tử C được định nghĩa như sau:

$$\forall \eta \in O', \quad \forall \xi \in V, \quad \langle C^* \eta, \xi \rangle_{V' \times V} = \langle \eta, C\xi \rangle_{O' \times O} \quad (67)$$

2.4.4 Hệ phương trình liên hợp

Để tìm được đạo hàm riêng của hàm mục tiêu chúng ta phải thông qua một số biến đổi toán học. Đầu tiên chúng ta nhân vô hướng hệ phương trình tuyến tính (L) (65) với biến liên hợp $\tilde{y} \in W(0, T)$ sau đó tích phân toàn bộ biểu thức từ thời điểm 0 tới thời điểm T:

$$\int_0^T \langle \partial_t \hat{y}(t), \tilde{y}(t) \rangle_{V' \times V} dt + \int_0^T \left\langle \frac{\partial A}{\partial y} \hat{y}(t), \tilde{y}(t) \right\rangle_{V' \times V} dt + \int_0^T \left\langle \frac{\partial A}{\partial v} \delta v, \tilde{y}(t) \right\rangle_{V' \times V} dt = 0 \quad (68)$$

Sử dụng tích phân từng phần cho số hạng đầu tiên để chuyển đạo hàm sang biến liên hợp, sau đó chuyển toán tử liên hợp sang trái ta thu được :

$$\begin{aligned} & \langle dy(T), \tilde{y}(T) \rangle_{V' \times V} - \langle dy(0), \tilde{y}(0) \rangle_{V' \times V} - \int_0^T \langle \partial_t \tilde{y}(t), dy(t) \rangle_{V' \times V} dt \\ & + \int_0^T \left\langle \left[\frac{\partial A}{\partial y} \right]^* \tilde{y}(t), dy(t) \right\rangle_{V' \times V} dt + \int_0^T \left\langle \left[\frac{\partial A}{\partial v} \right]^* \tilde{y}(t), \delta v \right\rangle_{U' \times U} dt = 0 \end{aligned} \quad (69)$$

Vì vậy nếu biến liên hợp $\tilde{y} \in W(0, T)$ là nghiệm của hệ phương trình vi phân đạo hàm riêng (A):

$$(A) \left\{ \begin{array}{l} \text{Donnee } (y_0, v) \in H \times u_T, T > 0, \text{ et } y \in W(0, T) \text{ solution de (D) ,} \\ \text{trouve } \tilde{y} \in W(0, T) \text{ tel que} \\ \left\{ \begin{array}{l} \partial_t \tilde{y}(t) - \left[\frac{\partial A}{\partial y}(v, y(v, t)) \right]^* \tilde{y}(t) = C^* \Lambda_0 (Cy(t) - y^{obs}), \forall t \in]0, T[\\ \tilde{y}(T) = 0 \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (70)$$

Thì ta có thể biểu diễn đạo hàm riêng của hàm mục tiêu $J(k)$ độc lập với véc tơ δk

$$\frac{\partial J}{\partial v}(k) = \left[\frac{\partial A}{\partial v} \right]^* \tilde{y}(t), \forall t \in]0, T[\quad (71)$$

$$\frac{\partial J}{\partial y_0}(k) = \langle N(y_0 - y_b) - \tilde{y}_0, \delta y_0 \rangle_H \quad (72)$$

Lưu ý rằng chúng ta phải giải theo chiều ngược hệ phương trình liên hợp (A) từ thời điểm cuối T về thời điểm ban đầu 0 . Giống như trên chúng ta cũng công nhận một số giả thiết sau:

Giả thiết:

Với mỗi véc tơ $k = (y_0, v)$ thuộc vào không gian tham số điều khiển $K = H \times u_T$, hàm số $y(k, t)$ là nghiệm của hệ phương trình xuôi (D), tồn tại duy nhất hàm số $\tilde{y}(k, t)$ là nghiệm của hệ phương trình liên hợp (A), liên tục theo tham số điều khiển k với mọi $\forall t \in (0, T)$ có nghĩa là đẳng cấu

$$\tilde{y}: K \rightarrow V: k = (y_0, v) \rightarrow \tilde{y}(k, t) \quad (73)$$

Là liên tục theo $k = (y_0, v)$ với $\forall t \in (0, T)$

Vậy để tính được đạo hàm của hàm mục tiêu, điều đầu tiên chúng ta phải giải hệ phương trình xuôi (D), để tìm được nghiệm $y(k, t)$. Sau đó chúng ta phải giải hệ liên hợp (A) để tính nghiệm liên hợp $\tilde{y}(k, t)$, đạo hàm riêng của hàm mục tiêu sẽ được tính bằng công thức (71), (72).

2.4.5 Hệ phương trình tối ưu

Mục tiêu của phương pháp đồng hóa số liệu biến phân là tìm được giá trị $\bar{k} = (\bar{y}_0, \bar{v})$ thuộc không gian biến điều khiển để hàm mục tiêu $J(k)$ đạt cực tiểu :

$$(OPT) \left\{ \begin{array}{l} \text{donne } T > 0, \text{ trouver } \bar{k} \in K \text{ tel que} \\ J(\bar{k}) = \min_{k \in K} J(k) \\ y(\bar{k}) \in W(0, T) \text{ est solution de systeme direct (D)} \end{array} \right. \quad (74)$$

Điều kiện cần thiết $\bar{k} = (\bar{y}_0, \bar{v})$ là giá trị cực tiểu là đạo hàm của hàm mục tiêu $J(k)$ bị triệt tiêu tại điểm \bar{k} , có nghĩa là :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial J}{\partial y_0}(\bar{k}) = 0 \\ \frac{\partial J}{\partial v}(\bar{k}) = 0 \end{array} \right. \quad (75)$$

Để tính được đạo hàm riêng của hàm mục tiêu nêu trên chúng ta phải giải một hệ được gọi là hệ phương trình tối ưu:

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_t y(t) + A(v(t); y(t)) = 0, y(0) = y_0, \forall t \in]0, T[\\ \partial_t \tilde{y}(t) - \left[\frac{\partial A}{\partial y} \right]^* \tilde{y}(t) = C^* \Lambda_0 (Cy(t) - y^{obs}(t)), \tilde{y}(T) = 0, \forall t \in]0, T[\\ \frac{\partial J}{\partial y_0} = -\tilde{y}(0) + N(y_0 - y_b) \\ \frac{\partial J}{\partial v} = \left[\frac{\partial A}{\partial v} \right]^* \tilde{y}(t) \end{array} \right. \quad (76)$$

3 Các phương pháp số

Các bài toán vật lý thường được mô hình hóa bằng các phương trình đạo hàm riêng sau đó chúng được giải bằng các phương pháp số như phương pháp phần tử hữu hạn, phương pháp thể tích hữu hạn. Mục này bắt đầu bằng việc mô tả và lựa chọn phần mềm tính toán tiếp theo là xây dựng miền tính. Sau khi mô tả hai phần mềm chúng tôi sẽ trình bày một phương pháp tạo lưới tam giác và tứ giác, phương pháp ứng dụng được cho mọi miền xem xét.

3.1 Các phần mềm được sử dụng

3.1.1 Phần mềm TELEMAT 2D

Phần mềm tính toán TELEMAT được xây dựng tại Ban nghiên cứu – Điện lực Pháp (EDF-DER, Hervouet 2007; Hervouet 2000) và là một công cụ trong bộ công cụ tích hợp nghiên cứu thủy lực và môi trường mô phỏng sông và biển. Phần mềm này, từ khi được xây dựng ở dạng thương mại đến nay đã được 17 năm, thỏa mãn tiêu chuẩn ISO9000. Từ năm 2010 đến nay là năm thứ hai phần mềm được cung cấp miễn phí dưới dạng « mã nguồn mở ». Nó tập trung chủ yếu vào việc mô phỏng các dòng chảy có mặt thoáng và vận chuyển chất, với khả năng kết nối với mô đun chuyên tải Sisphyne. Về cơ bản, phần mềm dựa trên phương pháp phần tử hữu hạn, nhưng cũng đã mở rộng sang phương pháp thể tích hữu hạn, được viết bằng ngôn ngữ Fortran 90 và bao gồm các đặc tính sau:

- Hệ phương trình Saint-Venant dạng không bảo toàn và dạng bảo toàn
- Rời rạc hóa theo các phần tử hữu hạn P1 cho h, u, v
- Ma sát đáy theo quy luật Strickler.
- Mô phỏng lan truyền khô ướt
- Sơ đồ đối lưu: phương pháp đường đặc trưng, SUPG
- Thành phần nguồn và điểm xả
- Ảnh hưởng của khí áp và lực Coriolis.
- Đập tràn, cống, phao
- Mô hình rối $K-\epsilon$.
- Tính toán sóng song.
- Rời rạc hóa phương trình Boussinesq bằng phương pháp thể tích hữu hạn
- Sơ đồ xử lý dạng đối lưu.
- Các thuật giải hệ tuyến tính: GMRES, Gradient liên hợp, Ổn định bình phương

Ở đây đã giải hệ phương trình Saint Venant với độ chính xác bậc hai theo thời gian và không gian, điều này cho phép thu được độ chính xác đáng kể.

3.1.2 Phần mềm DASSFLOW

Để thực hiện được việc mô phỏng một dòng chảy cụ thể, ta phải cung cấp cho mô hình một lượng thông tin nhất định. Một mặt, ta phải xác định các tham số gắn với cấu trúc vật lý như địa hình, ma sát của nước với đáy được tham số hóa bởi luật Manning. Mặt khác ta cũng phải cung cấp các thông tin gắn với từng dòng chảy cụ thể như điều kiện ban đầu cũng như điều kiện biên ở thượng lưu và hạ lưu.

Các thông tin này dưới góc độ toán học được gọi là các biến điều khiển, quyết định kết quả của việc mô phỏng. Rất tiếc là chúng thường chỉ được biết một phần, hoặc có nhiều thiếu sót do đo đạc rất khó khăn hoặc rất tốn kém. Hơn nữa việc hiệu chỉnh các tham số là một nhiệm vụ quan trọng trong mô hình hóa. Trong bối cảnh ấy, các phương pháp đồng hóa số liệu cho phép kết hợp một cách tối ưu giữa tính toán bằng mô hình số liệu quan trắc, với mục đích là điều chỉnh các biến điều khiển sao cho mô phỏng sát với thực tế nhất là cần thiết. Phương pháp đồng hóa số liệu biến phân thiết lập bộ tham số tối ưu tối thiểu hóa hàm mục tiêu đánh giá độ lệch giữa biến trạng thái của mô hình với quan trắc, sử dụng hệ phương trình liên hợp tính gradient hàm mục tiêu.

Phần mềm tính toán Dassflow đã được phát triển để thực hiện việc đồng hóa số liệu cho các bài toán thủy lực với mục đích nghiên cứu. Phương trình Saint Venant được giải bằng phương pháp thể tích hữu hạn. Ngôn ngữ được dùng là Fortran 90. Phần mềm liên hợp tính gradient hàm mục tiêu được viết dựa trên công cụ đạo hàm tự động Tapenade do tập thể Tropics l'INRIA Sophia-Antipolis (site web : <http://www-sop.inria.fr/tropics/>) phát triển.

3.2 Subroutine tìm cực trị M1QN3

Trong khuôn khổ của luận án này, việc tìm cực tiểu của hàm mục tiêu được thực hiện dưới sự hỗ trợ của module phần mềm tìm cực trị M1qn3 phát triển bởi nhóm tác giả (Gilbert and C. Lemarechal 1989). Module này có cơ sở toán học dựa trên phương pháp quasi-Newton có tính chất tiết kiệm bộ nhớ, sử dụng công thức xấp xỉ BFGS cho ma trận Hessienne. Nó đáp ứng được cho bài toán tìm cực trị của hàm có rất nhiều biến, có thể được trình bày như sau :

Tìm giá trị $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$ thỏa mãn, $\bar{x} = \min_{x \in \mathbb{R}^n} J(x)$

Ở đó hàm $J: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ là khả vi.

Phần tiếp theo được trích ra từ hướng dẫn sử dụng mô đun M1qn3 [Gilbert, J. C., and C. Lemarechal. (1989)].

Thuật toán Quasi-Newton

Thuật toán Quasi-Newton giải lặp xuất phát từ một giá trị ban đầu x_0 tính liên tiếp chuỗi $\{x_k\}_k$ để hạ dần giá trị của hàm cần tìm :

$$\begin{cases} x_0 \text{ donné} \\ x^{k+1} = x^k + \alpha^k d^k, \forall k \geq 0 \end{cases} \quad (77)$$

ở bước thứ k , véc tơ $d^k \in \mathbb{R}^n$ là hướng đi xuống và α^k là bước theo hướng đó. Vì thế d^k thỏa mãn bất đẳng thức $\langle \nabla J(x^k), d^k \rangle < 0$, để đảm bảo không rơi vào trường hợp hàm J không phải là hằng số cục bộ, ta phải tìm ra bước hạ α^k dương thỏa mãn $J(x^k + \alpha^k d^k)$ phải bé hơn thực sự $J(x^k)$. Thuật toán tuyến tính sẽ tìm ra bước hạ α^k thỏa mãn tính chất đó.

Phương pháp Newton tính hướng giảm d^k theo công thức :

$$d^k = -[\nabla^2 J(x^k)]^{-1} \cdot \nabla J(x^k) \quad (78)$$

Với $\nabla J(x^k)$ là gradient của hàm số J và $\nabla^2 J(x^k)$ biểu diễn ma trận hessian của nó. Chúng ta thấy trong phương pháp này ngoài việc cần gradient của hàm J chúng ta còn phải cung cấp nghịch đảo của ma trận Hessienne của nó, vì thế đối với hàm nhiều biến nhiệm vụ trên là không khả thi. Vì vậy phương pháp Quasi-Newton tính hướng giảm bằng cách sử dụng W^k là ma trận xác định dương xấp xỉ nghịch đảo của ma trận Hessienne:

$$d^k = -W^k \cdot \nabla J(x^k)$$

sẽ làm giảm đáng kể khối lượng tính toán (Gilbert and C. Lemarechal 1989; Honnorat et al. 2006).

Xấp xỉ của nghịch đảo của ma trận Hessienne

Các ma trận W^k được thiết lập bằng cách vận dụng liên tiếp công thức nghịch đảo BFGS, công thức chỉ đòi hỏi biết giá trị của gradient của hàm J . Trước hết, chúng ta đưa vào các véc tơ của không gian \mathbb{R}^n như sau :

$$s^i = x^{i+1} - x^i \quad \text{và} \quad y^i = \nabla J(x^{i+1}) - \nabla J(x^i) \quad \text{với mọi } i \geq 0$$

Công thức nghịch đảo BFGS là toán tử tuyến tính từ \mathbb{R}^n vào \mathbb{R}^n dựa trên ma trận W^k và số hạng $\langle y, s \rangle \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$ như sau

$$\overline{\text{BFGS}}(W, y, s) = \left(I - \frac{s \otimes y}{\langle y, s \rangle} \right) W \left(I - \frac{y \otimes s}{\langle y, s \rangle} \right) + \frac{s \otimes s}{\langle y, s \rangle} \quad (79)$$

với \otimes là tích ten sơ của hai véc tơ. Đối với các ma trận vuông kích thước n , áp dụng công thức trên bảo lưu được tính đối xứng trong tất cả các trường hợp, vì vậy nó dương nếu và chỉ nếu $\langle y, s \rangle > 0$

Tại mỗi bước lặp, ma trận W^k xấp xỉ nghịch đảo của ma trận Hessienne được xác định theo thuật toán sau:

$$\begin{cases} W^{k,(0)} = D^k \\ W^{k,(i+1)} = \overline{\text{BFGS}}(W^{k,(i)}, y^i, s^i) \text{ pour } i = 0, \dots, k-1 \\ W^k = W^{k,(k)} \end{cases} \quad (80)$$

ở đó D^k là ma trận chéo xác định dương $D^k = \text{diag}(\{D_j^k\}_{j=1, \dots, n})$ tính bằng phương pháp lặp. $D^0 = I$, sau đó D^{k+1} được tính như sau :

$$D_j^{k+1} = \left(\frac{\langle D^k y^k, y^k \rangle}{\langle y^k, y^k \rangle D_j^k} + \frac{\langle y^k, e_j \rangle^2}{\langle y^k, s^k \rangle} - \frac{\langle D^k y^k, y^k \rangle \langle s^k, e_j \rangle^2}{\langle y^k, s^k \rangle \langle (D^k)^{-1} s^k, s^k \rangle (D_j^k)^2} \right)^{-1}$$

Với kí hiệu e_j là véc tơ thứ j của cơ sở canonique của R^n .

Trong thực hành người ta không lưu trữ hoàn toàn ma trận W^k , mà chỉ lưu trữ cặp véc tơ (y^i, s^i) mà ma trận trên được xây dựng trên. Module M1qn3 dựa trên phương pháp Quasi-Newton mục đích để tiết kiệm bộ nhớ, chỉ m cặp véc tơ cuối được lưu tại mỗi bước lặp k , có nghĩa là tập hợp các số sau :

$$\{(y^i, s^i) : k-m \leq i \leq k-1\}$$

Hệ quả là khi $k \geq m+1$, thuật toán tính W^k được thay bằng thuật toán chỉ sử dụng các véc tơ đã được lưu :

$$\begin{cases} W^{k,(0)} = D^k \\ W^{k,(i+1)} = \overline{\text{BFGS}}(W^{k,(i)}, y^{k-m+i}, s^{k-m+i}) \text{ pour } i = 0, \dots, m-1 \\ W^k = W^{k,(m)} \end{cases}$$

Bước hạ bậc

Trong module M1qn3 việc xác định bước hạ α^k được thực hiện bằng phương pháp tuyến tính thỏa mãn hai điều kiện của Wolfe sau đây :

$$J(x^k + \alpha^k d^k) \leq J(x^k) + \omega_1 \alpha^k \langle \nabla J(x^k), d^k \rangle$$

$$\langle \nabla J(x^k + \alpha^k d^k), d^k \rangle \geq \omega_2 \langle \nabla J(x^k), d^k \rangle$$

với ω_1 và ω_2 là hai số thực thỏa mãn $0 < \omega_1 < 1/2$ và $\omega_1 < \omega_2 < 1$. Trong thực hành $\omega_1 = 10^{-4}$ và $\omega_2 = 0.99$.

Điều kiện để dừng thuật toán lặp

Quá trình lặp trên sẽ dừng lại khi thỏa mãn điều kiện sau:

$$\frac{\|\nabla J(\mathbf{x}^k)\|}{\|\nabla J(\mathbf{x}^0)\|} \leq \varepsilon \quad (81)$$

với ε là một ngưỡng mà người ta chọn trước, trong luận án này chúng tôi $\varepsilon=10^{-5}$. Trong thực hành người ta ngừng quá trình lặp sau một số lần lặp tối đa để ngăn chặn tính quá lâu.

3.3 Phương pháp tạo lưới

Rất nhiều ứng dụng cần yêu cầu các loại lưới, lưới tam giác, tứ giác, lăng trụ, tứ diện... cho các vùng phức tạp của không gian R^2, R^3 . Thí dụ, việc bao phủ các mặt, các diện tích hay thể tích của các đối tượng 2 hay 3 chiều là cần thiết cho chuyên ngành thiết kế máy tính, cho mô phỏng số và cho biểu diễn hiển thị. Việc mô phỏng các vấn đề vật lý bằng hệ phương trình vi phân đạo hàm riêng trước tiên đòi hỏi phải xây dựng lưới của vùng tính toán.

Từ đường bao của miền có nhiều phương pháp cho phép xây dựng các loại lưới trên. Trong mục này chúng ta sẽ trình bày vắn tắt một số phương pháp khái niệm thường biết cho việc tạo lưới tam giác và tứ giác.

3.3.1 Tạo lưới tam giác

Trong hình học, phép tam giác hóa Delaunay cho một tập hợp P của các điểm nằm trong mặt phẳng là một phép tam giác hóa $DT(P)$ sao cho không có điểm nào của P nằm trong vòng tròn ngoại tiếp 1 tam giác bất kỳ $DT(P)$. Phép tam giác hóa Delaunay làm tối đa các góc của tất cả các tam giác, chúng cố gắng loại trừ các tam giác nhọn. Phương pháp này do Boris Delaunay phát minh năm 1934.

Một tập hợp các điểm cùng nằm trên một đường thẳng sẽ không có phép tam giác hóa Delaunay (trong trường hợp này khái niệm tam giác hóa bị suy biến). Cho trường hợp có 4 hoặc nhiều điểm hơn trên một vòng tròn (thí dụ như đỉnh của hình chữ nhật) phép tam giác hóa Delaunay là không duy nhất: mỗi một trong 2 phép tam giác hóa có thể chia tứ giác thành 2 tam giác đều có thể thỏa mãn « điều kiện Delaunay », có nghĩa là đòi hỏi tất cả các đường tròn ngoại tiếp không được chứa bất kì điểm nào.

Khi xem xét các khối cầu ngoại tiếp, khái niệm tam giác hóa Delaunay mở rộng cho 3 chiều hoặc nhiều chiều hơn. Có thể mở rộng phương pháp này cho các chuẩn không phải euclid. Tuy nhiên, trong các trường hợp này phép tam giác hóa Delaunay có thể không tồn tại, hoặc không duy nhất. Phép tam giác hóa Delaunay của 1 tập hợp các điểm rời rạc trong trường hợp chung của đồ thị kép của phương pháp Voronoï cho các trường hợp đặc biệt bao gồm P , tồn tại 3 điểm trên 1 đường và 4 điểm trên vòng tròn.

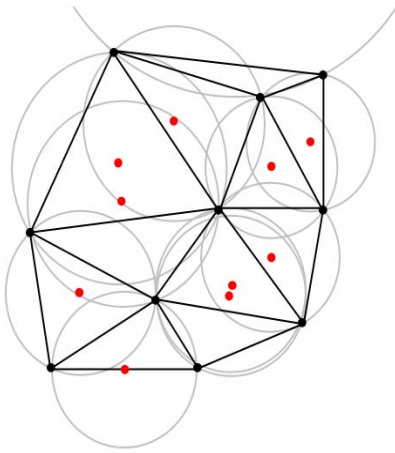


Figure 3-1 : Phép tam giác hóa Delaunay với tất cả các vòng tròn ngoại tiếp và tâm của nó (màu đỏ)

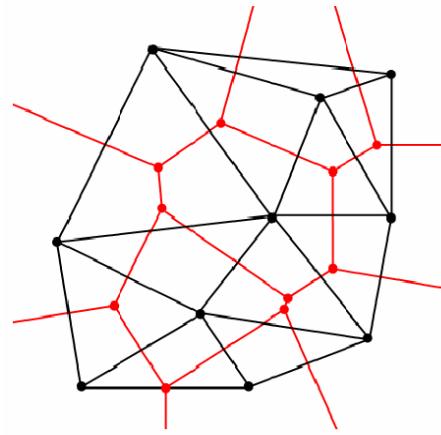


Figure 3-2 : : nối tất cả các tâm của vòng bao ngoài tạo ra sơ đồ Voronoï (màu đỏ)

Về mặt toán học, một sơ đồ Voronoï là một cách đặc biệt chia miền cho trước, thí dụ như một không gian mê tric được xác định bởi các khoảng cách tới 1 họ các đối tượng đặc biệt (tập hợp con) trong không gian. Các đối tượng được gọi chung là các vị trí hay các nguồn phát (tuy nhiên, từ khác « hạt » thường được dùng), và ứng với mỗi một đối tượng ta gán với một ô lưới Voronoï tương ứng, để biết được tập hợp các điểm trong không gian cho trước mà khoảng cách của chúng tới đối tượng đã cho không vượt qua khoảng cách tới các đối tượng khác. Nó được gọi là Georgy Voronoï, và còn được gọi là phương pháp lát (tessellation) Voronoï. Các lưới tam giác không cấu trúc dễ thích ứng với các dạng hình học phức tạp của đường bao và mặt phức tạp.

3.3.2 Lưới tứ giác

Hầu hết các nỗ lực cũng như các thành tựu quan trọng liên quan đến việc tạo lưới tam giác không cấu trúc được chuyển sang cho tạo lưới tứ giác

Lợi ích của lưới tứ giác so với lưới tam giác là rõ ràng. Để phủ kín một mặt phẳng chung bằng các lưới có chung kích thước, số phần tử tứ giác thường nhỏ hơn so với số phần tử tam giác. Như thế khối lượng tính toán sẽ được giảm đi. Ở đây sẽ mô tả một phương pháp cho phép tự động thu nhận lưới tứ giác cho cả miền phẳng dưới dạng rời rạc của đường bao (tập hợp các phân đoạn). Tồn tại 3 cách thu nhận :

- Xây dựng trực tiếp các tứ giác,
- Xây dựng 2 tam giác hợp lại thành một dạng tứ giác
- Xử lý một lưới các tam giác hợp lại thành một tứ giác bằng cách gộp lại, thí dụ hai với hai.

Phương pháp thứ nhất tạo ra lưới hoàn toàn mới, phương pháp thứ hai cho phép tự động tạo lưới tam giác biến đổi, trong khi phương pháp thứ ba cho phép xử lý với mọi lưới tam giác. Hai phương pháp đầu đòi hỏi viết lại lưới, thường rất phức tạp, và hiệu chỉnh khó khăn. Phương pháp thứ ba có tính thuận tiện hơn hẳn vì cách xây dựng lưới tam giác đã được phát triển tốt, được kiểm chứng và sử dụng rộng rãi từ lâu. Hơn nữa ta có thể sử dụng rất đơn giản và ổn định các công cụ chia lưới này (ví dụ như phần mềm chia lưới Matisse của bộ TELEMAT).

Sarrate and Huerta (2000) đã viết một thuật toán tạo lưới tứ giác tự động. Kỹ thuật này dựa trên việc phân chia đệ quy miền thành các tứ giác. Nó sẽ tự động tạo lưới hoàn toàn tứ giác (không cần giai đoạn chuyển tiếp hoặc các tam giác được tạo ra). Một lưới đầy với các phần tử mong muốn cho phép thu được các kích cỡ mong muốn không phụ thuộc vào vị trí miền. Sơ đồ đệ quy dẫn đến một cấu trúc số liệu tối ưu tổn thất do tính toán. Nhiều ví dụ đã được trình bày để chỉ ra hiệu quả của thuật toán.

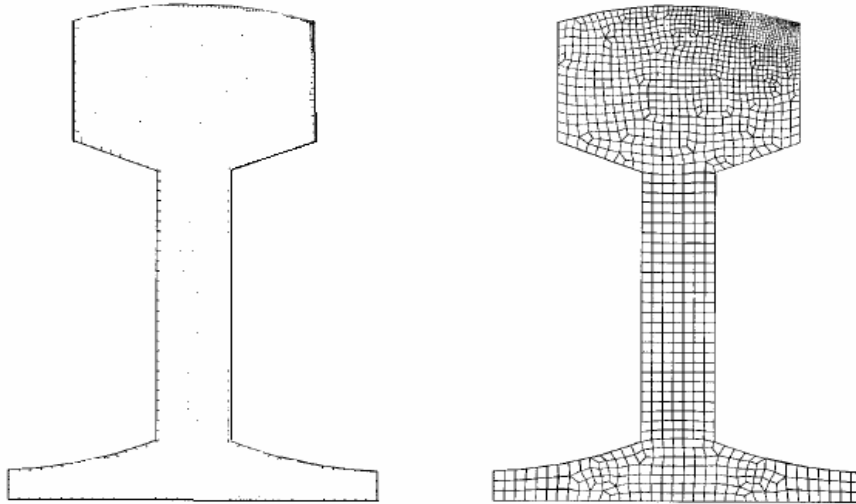


Figure 3-3 : chia một mặt cắt ngang của đường ray bằng phương pháp trực tiếp

(Bougel and al. 1993) đã đề xuất 1 phương pháp cho phép tạo lưới tự động hoàn toàn các tứ giác, phương pháp này có thể áp dụng cho mọi miền xem xét. Đặc điểm cơ bản của phương pháp là tạo ra lưới tam giác bằng cách sử dụng phương pháp thông thường, sau đó sắp xếp một cách khôn ngoan các tam giác này sao cho tập hợp lại thành các tứ giác.

Sau đó đưa vào một loạt quá trình chỉnh sửa cho phép tiếp tục sửa đổi cục bộ tập hợp các phần tử để cải thiện chất lượng.

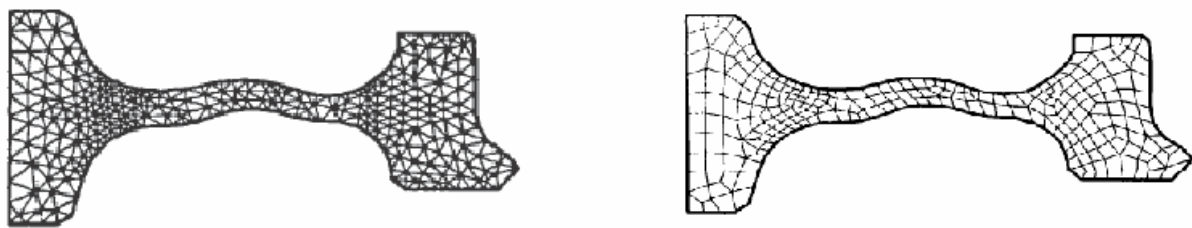


Figure 3-4 : lưới tứ giác thu được từ lưới tam giác : mặt cắt một loại vật liệu

Trong phần này chúng tôi sẽ hướng tới trả lời cho các câu hỏi sau : phương pháp số nào mô phỏng chính xác nhất các đặc trưng thủy lực. Dĩ nhiên trong thực tế tất cả các hiện tượng có thể xảy ra. Tuy nhiên, ta cần phải phân loại chọn ra các hiện tượng quan trọng nhất. Khi mô phỏng các dòng chảy trong tự nhiên, chúng ta có thể quan sát hàng loạt sự chuyển tiếp của các trạng thái từ cân bằng đứng yên đến các trạng thái cân bằng dừng. Thêm vào đó, các chế độ dòng chảy có thể là chảy êm, chảy xiết và dòng chảy chuyển ngưỡng. Ngoài ra, với bất kỳ bài toán nào, chúng ta có thể gặp sự đan xen thay đổi giữa vùng khô và ướt. Việc tính toán quá trình chuyển tiếp khô / ướt là vấn đề khó khăn dưới quan điểm mô phỏng số (hàng loạt các

phương pháp số dẫn tới độ cao cột nước âm). Cuối cùng ở kích cỡ nhỏ, ta có thể quan sát thấy sự hình thành và chuyển dịch của các bước nhảy thủy lực. Ở kích cỡ lớn hơn, do ưu tiên giảm thiểu thời gian tính toán nên ta thường phải dùng các lưới tính có kích cỡ lớn, dẫn đến các bước nhảy thủy lực có thể biến mất vì nó có thể đã bị hòa vào lưới. Trong phần này chúng tôi sẽ nghiên cứu các bài toán mẫu cổ điển có lời giải giải tích (Delestre 2010 và SWASHES: Thư viện các lời giải giải tích cho các nghiên cứu Thủy lực và Môi trường) cho phép đánh giá khả năng mô phỏng của các phương pháp số và các phần mềm. Các tính toán được tiến hành theo với hai phần mềm TELEMAC et DASSFLOW.

3.3.3 Vỡ đập trên đáy ướt

Bài toán vỡ đập lý tưởng trên đáy phẳng là một bài toán mẫu giải tích được đưa ra trong công trình (Goutal and Maurel 1997, p.22-24, và trong Audusse 1999, p.70-72). Bài toán này cho phép đánh giá khả năng của phương pháp trong việc tính lan truyền sóng sốc. Bài toán kiểm tra này có thể do chúng ta tự chọn độ dài của vùng tính (L), vị trí của đập trước khi vỡ (x_0), cũng như mực nước trước và sau đập.

Đối với bài toán kiểm tra này, độ dài của vùng tính $L = 10\text{m}$, vị trí của đập tại $x_0 = 5\text{m}$ và địa hình xác định như sau $z(x)=0$ với $0\text{m} < x < 10\text{m}$

Điều kiện ban đầu :

$$h = \begin{cases} 0.005 \text{ m} & \text{pour } 0\text{m} < x < 10\text{m} \\ 0.001 \text{ m} & \text{si non} \end{cases}$$

và $q = 0\text{m}^2/\text{s}$.

Đập vỡ tại thời điểm $t=0$, quá trình mô phỏng dừng lại ở thời điểm $t=6\text{s}$. Ta sẽ nhận được mặt thoáng tự do như trên hình vẽ.

Ích lợi của bài toán kiểm tra này là :

- Có lời giải giải tích
- Lan truyền sóng vỡ đập,
- Điều kiện đầu gồm hai nước đứng yên,
- Mực nước kích cỡ mm.

Chúng tôi đã sử dụng lưới gồm 20, 100 và 200 phần tử. Tổng thời gian tính toán mô phỏng là 6s. Tất cả các tính toán được thực hiện tuân thủ điều kiện CFL lý thuyết ($n_{\text{CFL}}=0.5$).

Vỡ đập trên đáy ướt với TELEMAC 2D

Phần mềm TELEMAC 2D, được xây dựng tại công ty EDF (Điện lực Pháp), thỏa mãn tiêu chuẩn ISO9000. Hiện nay là năm thứ hai phần mềm này ở trạng thái mã nguồn mở, nhưng những người phát triển phần mềm vẫn duy trì việc kiểm chứng các bài toán mẫu. Chúng được tập hợp trong một tài liệu (EDF and SOGREAH 2010) phù hợp với tiêu chuẩn do Hiệp hội Nghiên cứu Thủy lực quốc tế (AIRH) xác định.

Đầu tiên phương pháp phần tử hữu hạn được dùng cho tất cả các bài toán kiểm tra. Tuy nhiên, phương pháp này có vấn đề đối với một số bài toán, vì thế chúng tôi sẽ sử dụng thư viện thể tích hữu hạn của TELEMAC để có thể so sánh tốt nhất.

Trường hợp vỡ đập trên đáy ướt xem xét ở đây khác với trường hợp trong tài liệu. Các thông số lựa chọn như sau :

- Điều kiện biên:
 - o Biên lỏng ở thượng và hạ lưu: mực nước tự do và sóng tới,
 - o Biên cứng: biên trượt không ma sát,
 - o Đáy : không ma sát,
 - o Không tính đến dòng rối.
- Sơ đồ cho thành phần đối lưu : sơ đồ PSI cho vận tốc, bảo toàn không lặp cho h
- Kiểu phần tử : tam giác quasi-bulle cho tốc độ và tuyến tính cho h.
- Giải pháp gradient liên hợp cho hệ phương trình tuyến tính.
- Hệ số ẩn cho độ sâu và vận tốc: 1 (ẩn hoàn toàn) .
- Bước thời gian: 0.01 s.

Các kết quả được trình bày trên hình 3-5 với lưới 20 phần tử và 200 phần tử

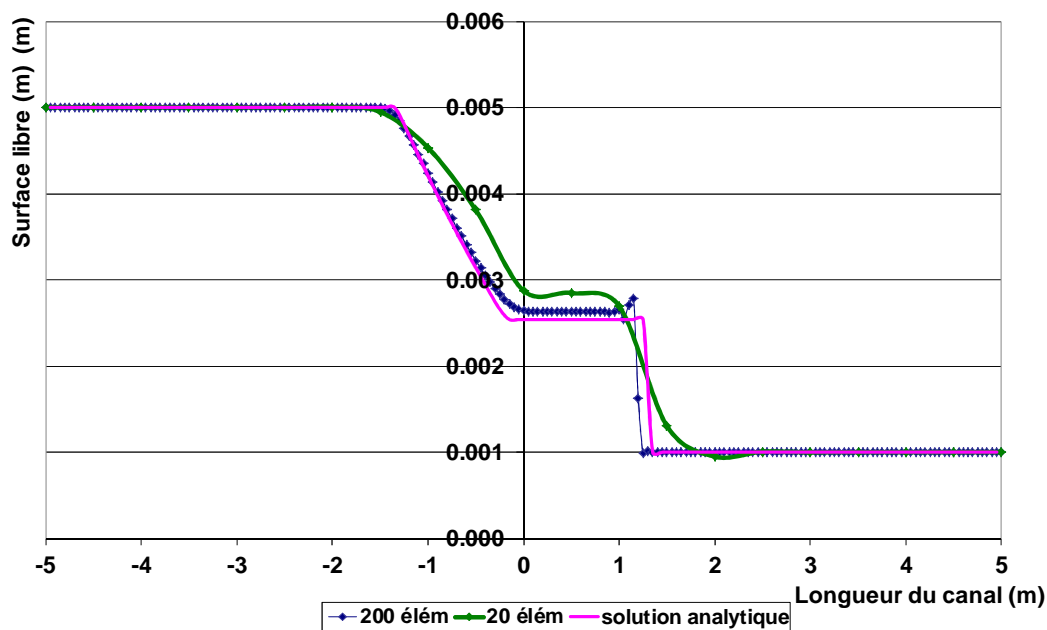


Figure 3-5: So sánh chiều cao mực nước tại thời điểm $t = 6\text{ s}$

So sánh với lời giải giải tích chỉ ra rằng TELEMAC đảm bảo cung cấp bức tranh rất phù hợp, mặc dù mặt sóng vỡ đập có bị chậm 1 chút trong trường hợp lưới 200 phần tử. Có thể thấy ngay cả khi lưới chỉ có 20 phần tử cũng có thể nhận biết dạng chung của mặt sóng vỡ đập dù nó đã bị là trơn.

Hình 3-6 cho thấy vận tốc tại $t = 6\text{ s}$ có một sự trễ nhỏ (7 mm/s) so với vận tốc lan truyền lý thuyết tương ứng với sự trễ mặt sóng nêu ở trên và một chút dao động số phía bên phải sóng. Lưu ý rằng đây là 1 bài toán kiểm tra rất nghiêm khắc về tính chính xác vượt xa các thông số kỹ thuật của phần mềm thủy lực công nghiệp.

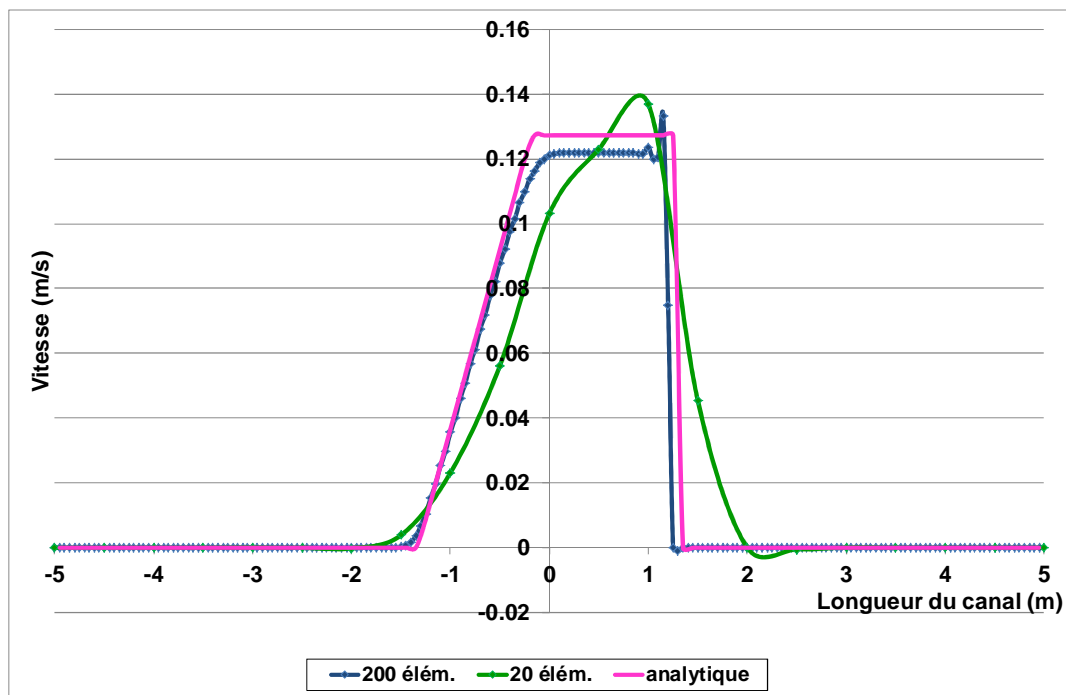


Figure 3-6: Tốc độ dọc tại $t = 6s$

Bài toán vỡ đập trên đáy ướt với phần mềm DassFlow

Điều quan tâm nhất trong mô phỏng này là sự lan truyền của sóng sốc. Mặt lan truyền sóng sốc được tính toán như trình bày trên Hình 3-7 đối với hàm dòng HLLC với lưới 20 phần tử và 200 phần tử, vận tốc cũng như vậy trên hình 3-8, mặc dù độ cao mực nước khá nhỏ. Cần lưu ý bậc của sai số đối với hàm dòng HLLC bằng 1. Cho nên khi tăng số lượng phần tử, ta sẽ cải thiện việc tính toán. Tăng số phần tử sẽ làm cho sơ đồ ít khuếch tán hơn và cải thiện tính toán hơn.

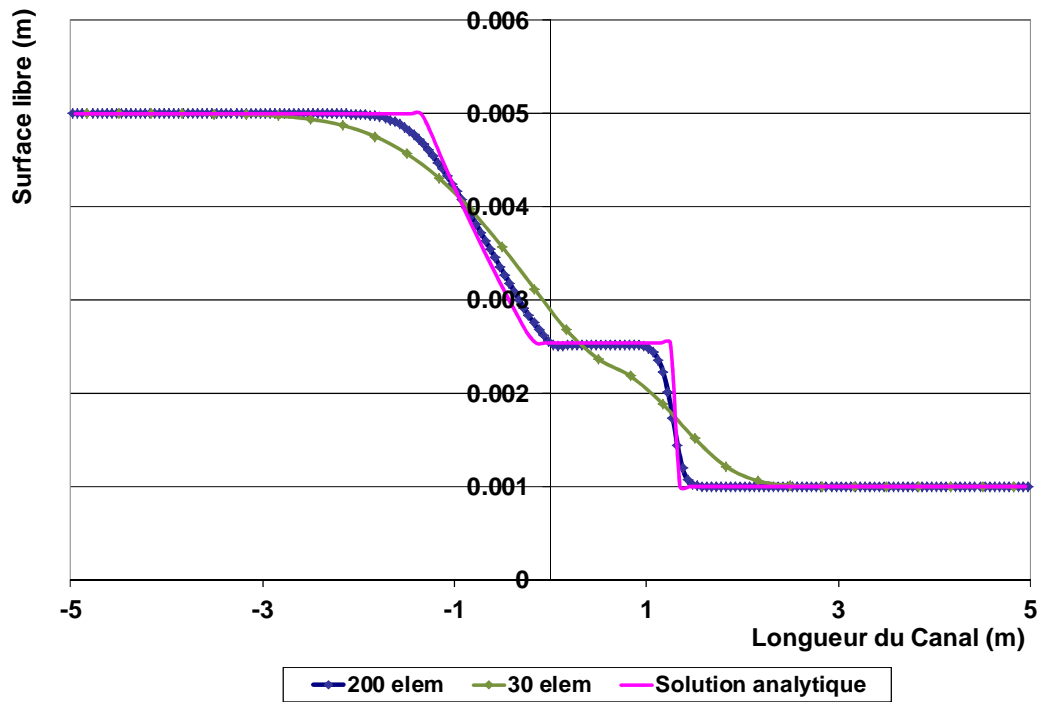


Figure 3-7: Dòng (Flux) HLLC : So sánh chiều cao mực nước tại thời điểm $t = 6s$

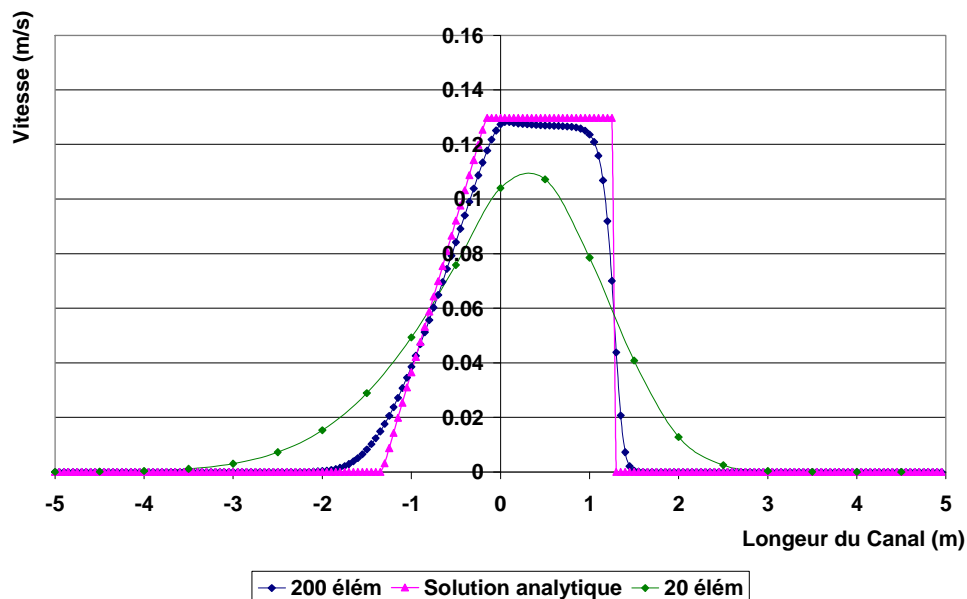


Figure 3-8: Flux HLLC : So sánh tốc độ tại thời điểm $t = 6s$

Tuy nhiên, so sánh Hình 3-5 và Hình 3-7, sau đó Hình 3-6 và Hình 3-8 không cho thấy sự giống nhau hoàn toàn. Khuếch tán số làm là trơn sóng sốc. Nếu như điều này thuận tiện cho người mô phỏng vì có thể dễ dàng vượt qua các điểm đặc biệt, thế nhưng nó không cho phép mô tả hiện tượng vật lý tổng thể. Các dao động mà chúng ta thấy khi làm việc với TELEMAC có thể gây ra nhiều vấn đề khi giải quyết các tình trạng tương tự.

3.3.4 Dòng chảy trên ụ hình parabol

Qua loạt bài toán kiểm tra đưa ra bởi (Goutal and Maurel 1997), (p.14-17), chúng tôi muốn kiểm tra khả năng của phương pháp số hội tụ đối với các trạng thái cân bằng, sau đó là sự ổn định cho các chế độ dòng chảy khác nhau trên địa hình không bằng phẳng.

Trong các bài toán kiểm tra này, độ dài của kênh là $L = 2,5$ m và cao độ địa hình được xác định như sau :

$$z(x) = \begin{cases} 0.2 - 0.005(x-10)^2 & \text{si } 8\text{m} < x < 12\text{m} \\ 0 & \text{si non} \end{cases}$$

Điều kiện ban đầu : $h + z = \text{Cte}$ và $u = 0\text{m/s}$

Phụ thuộc vào điều kiện ban đầu và điều kiện biên, chúng ta sẽ kiểm tra các chế độ dòng chảy khác nhau : trạng thái cân bằng tĩnh, chế độ dòng chảy êm, chế độ dòng chảy chuyển ngưỡng hay chế độ dòng chảy chuyển ngưỡng với bước nhảy. Cho các bài toán kiểm tra, chúng tôi đều dùng lưới có 100 phần tử. Thời gian mô phỏng cho từng trường hợp phụ thuộc vào trạng thái cân bằng cuối cùng của chúng. Việc tính toán được thực hiện với cùng điều kiện CFL bằng 0,5.

Chế độ dòng chảy đứng yên

Với điều kiện ban đầu: $h + z = 0.5\text{m}$ và $u = 0\text{m/s}$

Và điều kiện biên:

$$\begin{cases} \text{en amont} & q = 0\text{m}^2/\text{s} \\ \text{en aval} & h = 0.5\text{m} \end{cases}$$

Ta thu nhận được dòng chảy dừng hay gọi là cân bằng tĩnh (Hình 3-9)

Lợi ích của bài toán này :

- Có lời giải giải tích để so sánh,
- Địa hình biến đổi,
- Dòng chảy có lưu lượng bằng không.

Chúng tôi cũng thực hiện bài toán kiểm tra này với mực nước là 0.1 m, lúc này ụ nhô lên khỏi mặt nước.

Điều kiện ban đầu: $h + z = \max(0.1, z)$ và $u = 0\text{m/s}$.

Chúng tôi đã kiểm chứng rằng sơ đồ bảo lưu các trạng thái cân bằng tĩnh với mặt tiếp giáp khô/ướt, như hiển thị trong Hình 3-10 cho hàm dòng HLLC sau 300 s. Ta có thể nhận thấy việc tồn tại mặt tiếp giáp khô/ướt không gây ra nhiễu động nhân tạo.

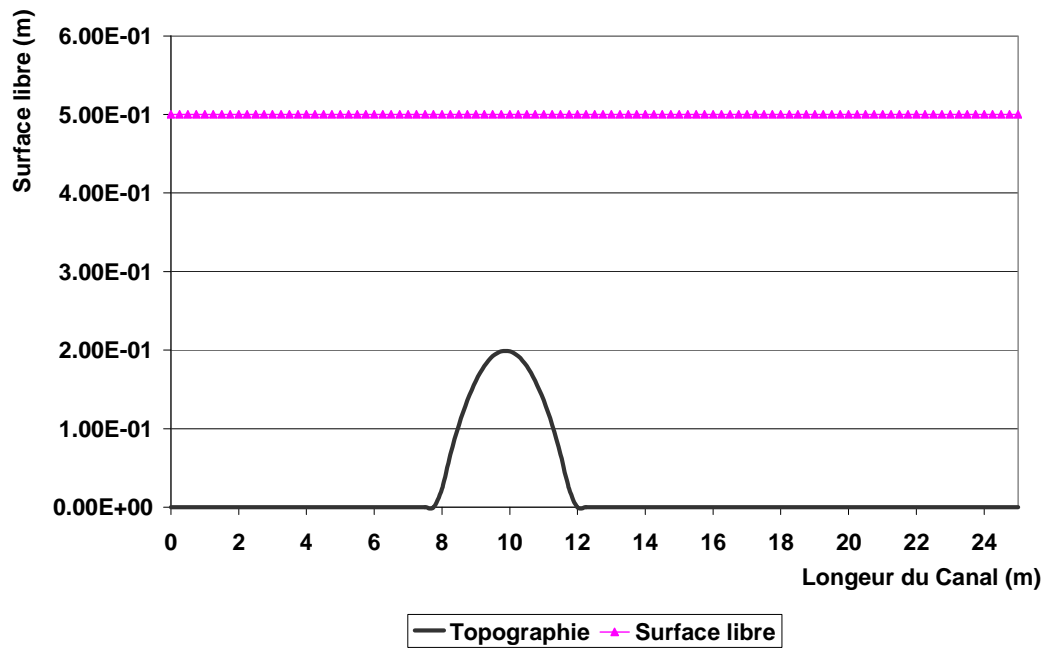


Figure 3-9: Trạng thái cân bằng tĩnh

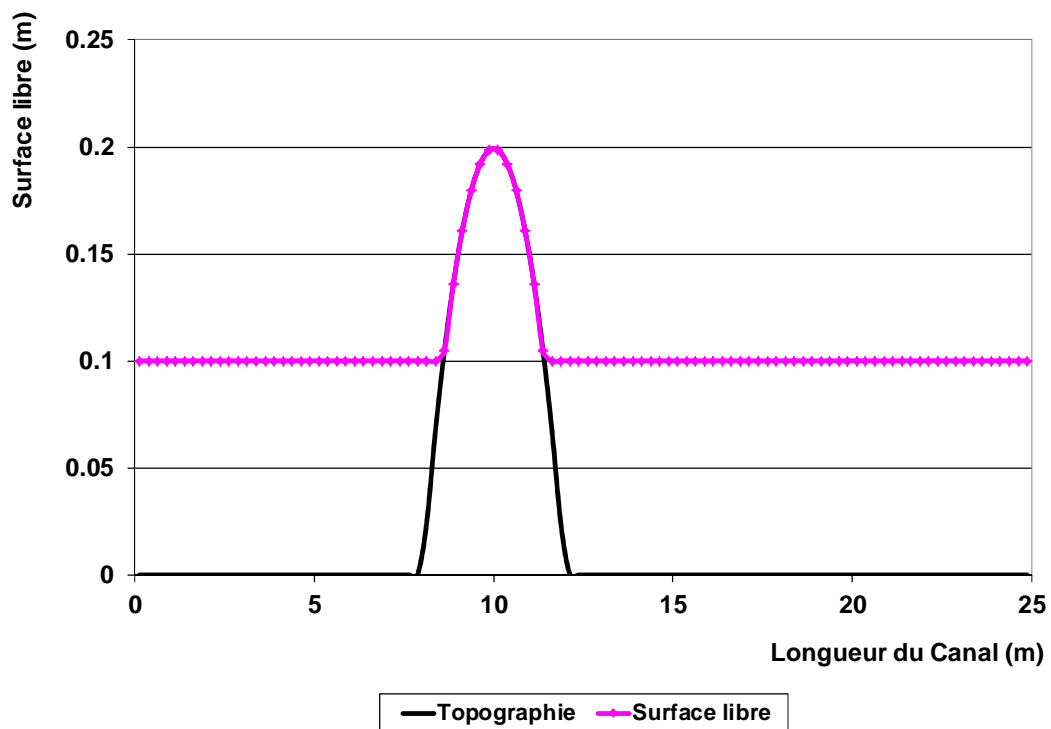


Figure 3-10 : Trạng thái cân bằng tĩnh với dịch chuyển khô/ướt

Chế độ dòng chảy êm

Điều kiện ban đầu:

$$h + z = 2\text{m} \quad \text{và} \quad u = 0\text{m/s}$$

Và các điều kiện biên tại thượng lưu $q = 4.42 \text{ m}^3/\text{s}$ và tại hạ lưu $h = 2\text{m}$

Ta nhận được một dòng chảy dừng chế độ chảy êm (Hình 3-11)

Lợi ích của bài toán này:

- Có lời giải giải tích để so sánh,
- Địa hình biến đổi lớn,
- Mức nước thay đổi theo không gian trong chế độ ổn định,
- Chế độ dòng chảy êm.

TELEMAC 2D

Hình 3-11 chỉ ra của mực nước và độ sâu tới hạn ($Z_f + H_c$) dọc theo kênh.

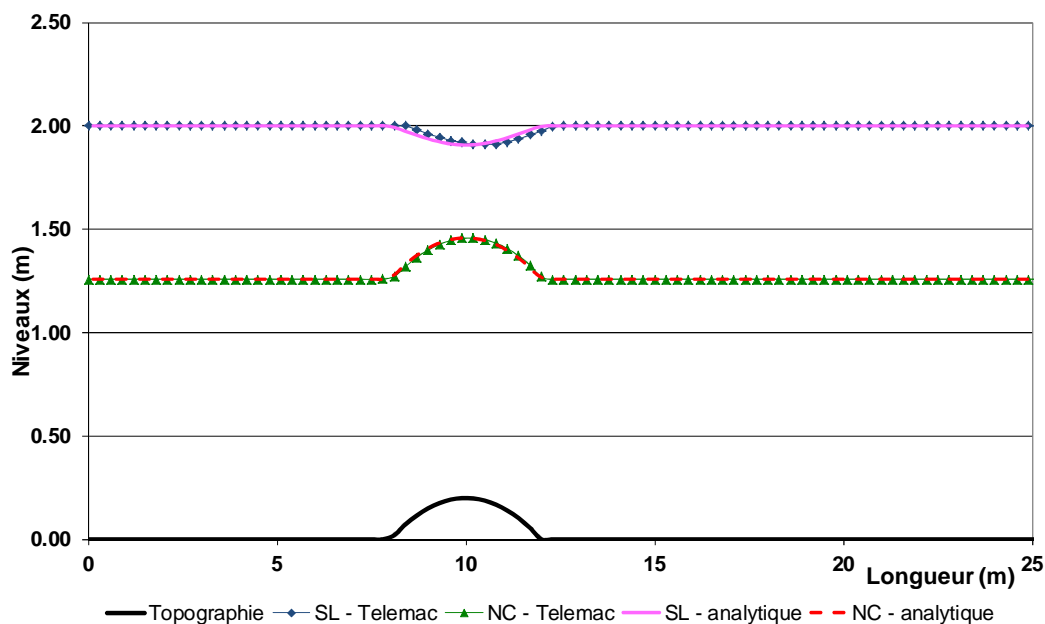


Figure 3-11: Chế độ dòng chảy êm trên một ụ – so sánh với lời giải giải tích

Mục đích của bài toán mẫu này là đánh giá khả năng xử lý thành phần nguồn độ dốc đáy cho dòng chảy êm. Kết quả chỉ ra rằng phần mềm TELEMAC giải quyết tốt thành phần này.

DassFlow

Phần mềm DASSFLOW cũng cho chúng ta các kết quả thỏa mãn. Qua bài toán mẫu này, chúng ta thấy rõ rằng phần mềm đã xử lý tốt cân bằng giữa hàm dòng và thành phần nguồn ở trạng thái dừng. Sơ đồ không gây ra bất kỳ một dao động nào. Thành phần độ dốc đáy đã sai phân ngược dòng bằng cách chiếu trên vec tơ riêng của ma trận Jacobien của hàm dòng.

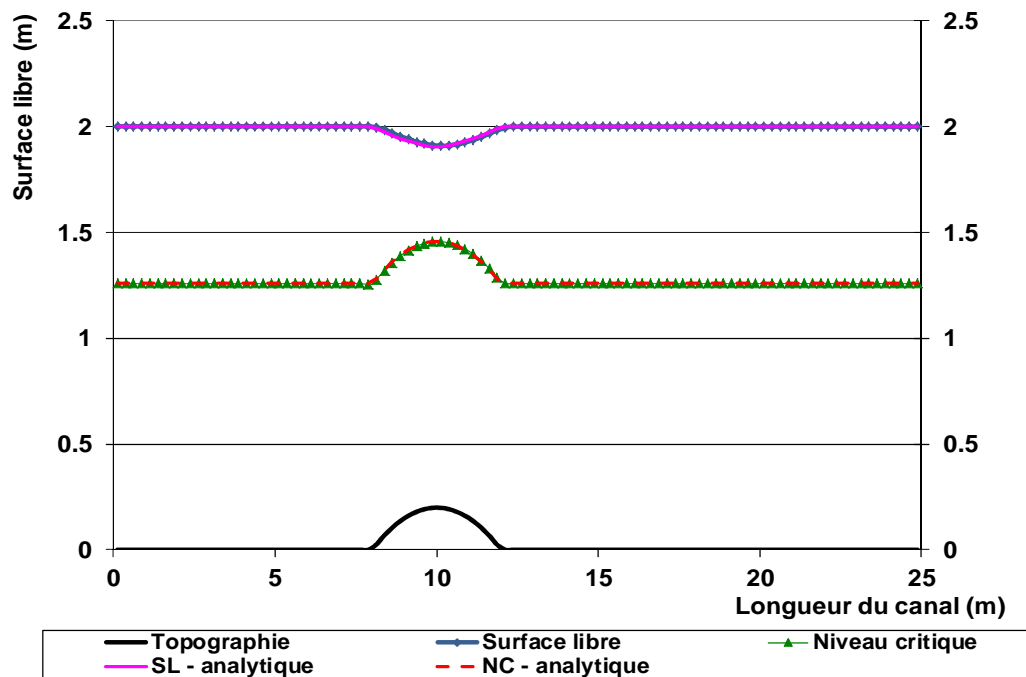


Figure 3-12 : Dòng chảy êm ở trạng thái cân bằng

Chế độ dòng chảy chuyển ngưỡng

Điều kiện ban đầu :

$$h + z = 0.66\text{m} \text{ và } u = 0\text{m/s}$$

Và điều kiện biên:

$$\begin{cases} \text{en amont} & q = 1.53\text{m}^2/\text{s} \\ \text{en aval} & h = 0.66\text{m} \text{ tant que l'écoulement est fluvial} \end{cases}$$

TELEMAC 2D

Ta sẽ nhận được một dòng chảy chuyển ngưỡng. Dòng chảy ở thượng lưu của ụ là chảy êm. Qua ụ, dòng chảy thành chảy xiết (Hình 3-13).

Lợi ích của bài toán này:

- Có lời giải giải tích để so sánh,
- Địa hình biến đổi,
- Mức nước thay đổi theo không gian trong chế độ ổn định,
- Chế độ chảy chuyển ngưỡng.

Sai lệch về đường mực nước ở thượng và hạ lưu chưa giải thích được, nhưng đường mực nước phù hợp với dáng điệu của nghiệm.

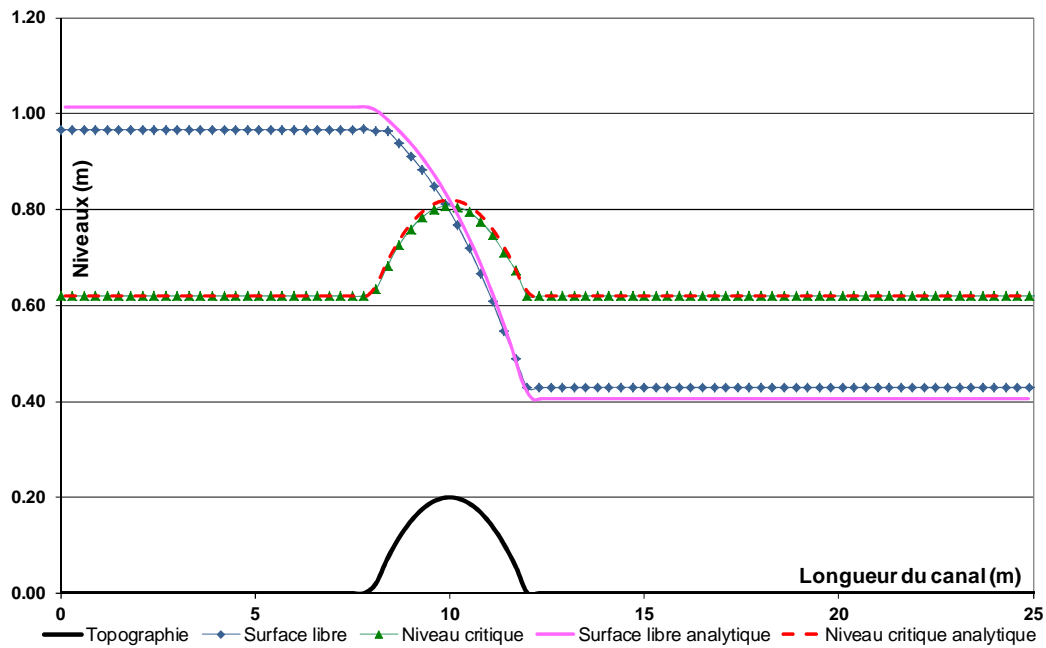


Figure 3-13: Dòng chảy chuyển ngưỡng trên ụ

DassFlow

Bài toán kiểm tra này dễ dàng qua khi dùng DASSFLOW với việc khôi phục khá lý tưởng lời giải giải tích (Hình 3-14).

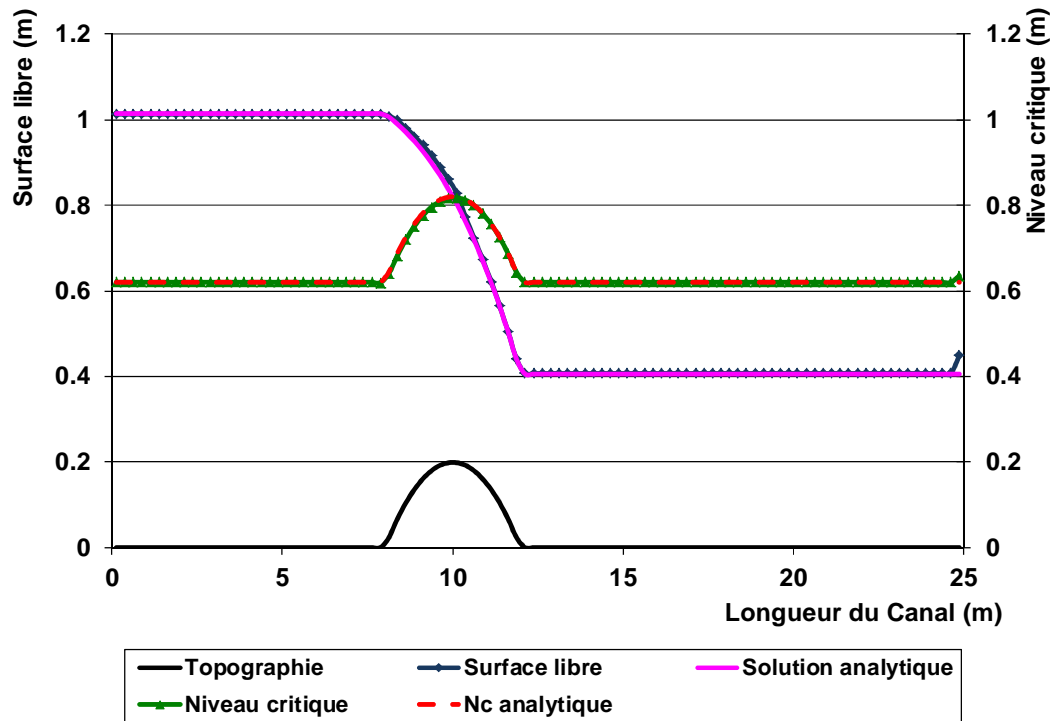


Figure 3-14 : Dòng chảy chuyển ngưỡng cân bằng

Chế độ dòng chảy chuyển ngưỡng có bước nhảy

Điều kiện ban đầu:

$$h + z = 0.33\text{m} \quad \text{et} \quad u = 0\text{m/s}$$

Các điều kiện biên:

$$\begin{cases} \text{en amont} & q = 0.18\text{m}^2/\text{s} \\ \text{en aval} & h = 0.33\text{m} \end{cases}$$

Chế độ dòng chảy là êm tại thượng lưu của ụ, chuyển qua chế độ chảy xiết ở hạ lưu và kết thúc ở chế độ chảy êm sau bước nhảy.

Lợi ích của bài toán này:

- Có lời giải giải tích để so sánh,
- Địa hình biến đổi lớn,
- Mức nước thay đổi theo không gian trong chế độ ổn định
- Hai lần chuyển ngưỡng thay đổi chế độ dòng chảy.

Cả hai phần mềm được kiểm chứng lần lượt.

TELEMAC 2D

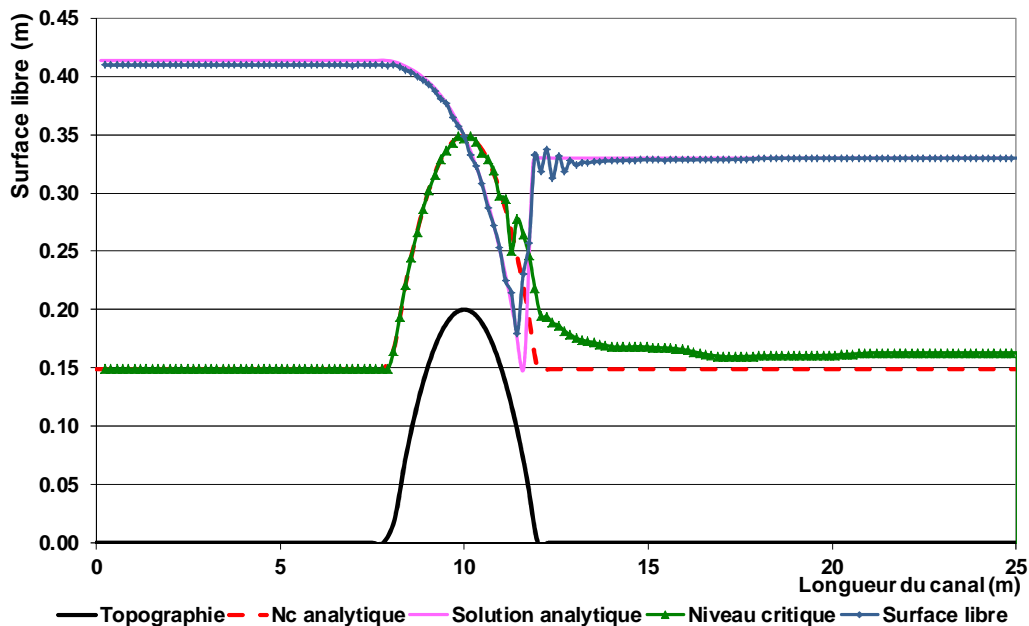


Figure 3-15: Dòng chảy chuyển ngưỡng với bước (TELEMAC 2D phần tử hữu hạn)

Trên Hình 3-15 ta thấy các dao động « số phát sinh » mực nước ứng với chế độ chảy xiết. Các mất ổn định xuất hiện và giảm dần sau khi trở lại chế độ chảy êm (ở hạ lưu của sóng sốc). Khó khăn này có thể được giải thích là TELEMAC dựa trên việc giải các phương trình Saint Venant ở dạng không bảo toàn, và tồn tại gián đoạn của (u, h) . Bài toán kiểm tra lý thuyết này của chất lỏng không nhớt trên đáy trơn (không có ma sát) rất bất lợi đối với TELEMAC với thuật giải phần tử hữu hạn. Vấn đề này không xảy ra trong thủy lực cổ điển với chất lỏng nhớt và ma sát thành.

Ngược lại, khi dùng cách giải khối hữu hạn có trong phần mềm TELEMAC bài toán kiểm tra này có thể vượt qua không khó khăn (Hình 3-16) và khôi phục rất tốt lời giải giải tích.

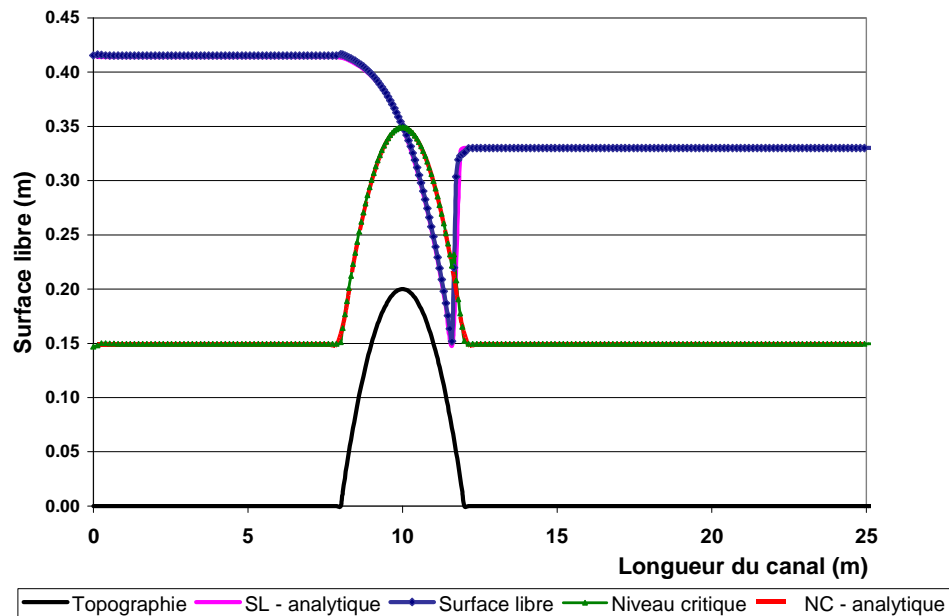


Figure 3-16: Dòng chảy vượt tới hạn với bước nhảy (TELEMAC 2D thể tích hữu hạn)

DassFlow

Kết quả mô phỏng dòng chảy chuyển ngưỡng với bước nhảy thu nhận được từ DASSFLOW được trình bày trên Hình 3-17. Có thể thấy là cách giải bằng phương thể tích hữu hạn dạng bảo toàn rất có hiệu quả cho việc giải quyết bài toán Riemann có bước nhảy. Ta chỉ thấy sai khác 0,05 m đối với mực nước.

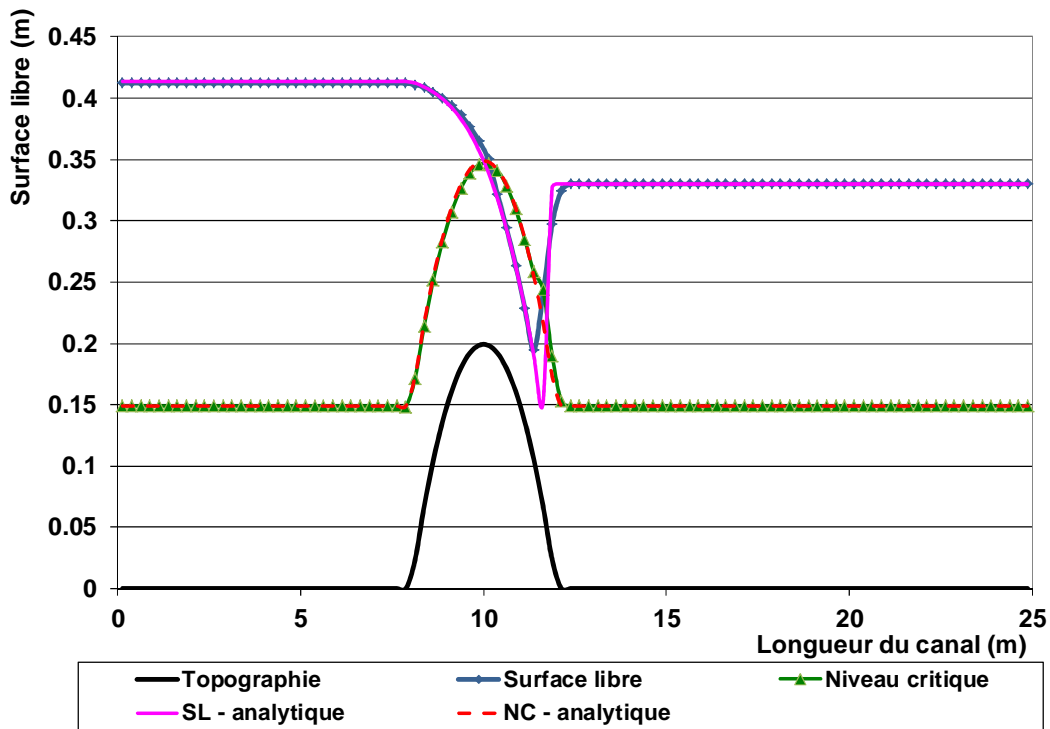


Figure 3-17: Dòng chảy chuyển ngưỡng bước nhảy ở trạng thái cân bằng dừng

3.3.5 Thacker : kiểm tra việc chuyển đổi khô/ướt

Bài toán kiểm tra này là một trường hợp một chiều đặc biệt của trường hợp hai chiều đưa ra trong Thacker 1981 và lặp lại trong (Sampson et al. 2006) (Sampson 2008; Sampson 2009). Đây là vấn đề tràn/rút như trên bãi biển, vì thế bài toán này và các biến thể của nó thường được dùng trong việc kiểm chứng các phương pháp số trong hải dương học. Ta chọn bài toán kiểm tra này vì nó cho phép kiểm chứng khả năng của phương pháp số trong việc xử lý chuyển tiếp khô /ướt. Hơn nữa, do lời giải tuần hoàn, nó còn cho phép kiểm tra mức độ khuếch tán số của phương pháp.

Độ dài của vùng tính là 4 m và đáy là đường parabol có dạng sau :

$$z(x) = h_0 \left(\frac{x^2}{a^2} - 1 \right) \quad \text{pour} \quad -2m < x < 2m$$

Ta nhận được một lời giải giải tích tuần hoàn trong đó mặt thoáng vẫn giữ trạng thái phẳng và dao động giữa các điểm :

$$x_1(t) = -\frac{B}{\omega} \cos(\omega t) - a \quad \text{et} \quad x_2(t) = -\frac{B}{\omega} \cos(\omega t) + a$$

Với tần số $\omega = \sqrt{2gh_0/a^2}$ và chu kỳ $T = 2\pi/\omega = 2\pi/\sqrt{2gh_0/a^2} = 2.00606667 \ 841838$

Điều kiện ban đầu: $u(0, x) = 0 \text{ m/s}$ và

$$h(0, x) = \begin{cases} -\frac{h_0}{a^2} \left(\left(x + \frac{B}{\omega} \right)^2 - a^2 \right) & \text{pour } x_1(0) < x < x_2(0) \\ 0 & \text{si non} \end{cases}$$

Mực nước được xác định bởi:

$$h(t, x) = \begin{cases} -\frac{h_0}{a^2} \left(\left(x + \frac{B}{\omega} \cos(\omega t) \right)^2 - a^2 \right) & \text{pour } x_1(0) < x < x_2(0) \\ 0 & \text{si non} \end{cases}$$

Và vận tốc được cho như sau :

$$u(t, x) = \begin{cases} B \sin(\omega t) & \text{pour } x_1(0) < x < x_2(0) \\ 0 & \text{si non} \end{cases}$$

Về các tham số, ta lấy $B = \omega/2$, $a = 1$ và $h_0 = 1/2$.

Chúng ta trình bày các mặt thoáng tự do tại các thời điểm đặc trưng $T/2$, T , $3T/2$

Lợi ích của bài toán này là :

- Có lời giải giải tích để so sánh,
- Địa hình biến đổi,
- Mặt chuyển tiếp khô/ướt chuyển động,
- Nghiệm tuần hoàn.

TELEMAC 2D

Đầu tiên sử dụng phần mềm với các mô đun thông thường theo phương pháp phần tử hữu hạn giải các phương trình Saint Venant.

Trên Hình 3-17 ta thấy các dao động được tạo ra ở phần trên của thành cùng với sự giảm dần biên độ của mực nước do khuếch tán số khi mà ma sát giả thiết bằng không.

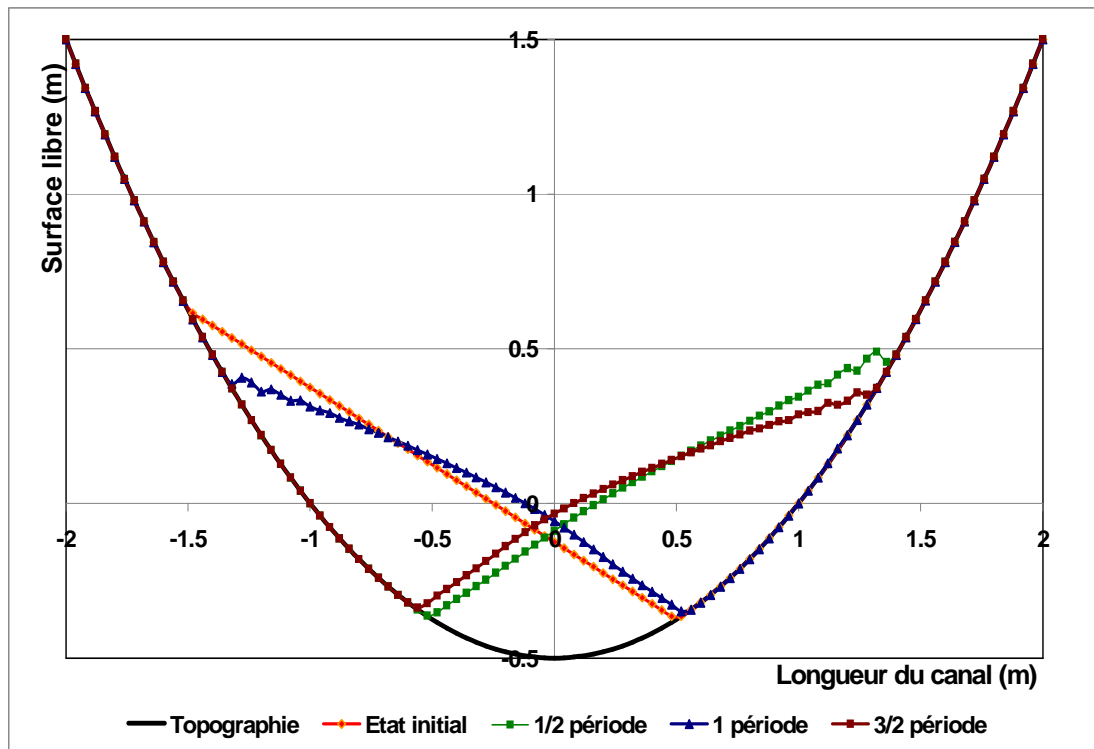


Figure 3-18: Bài toán kiểm tra Thacker (EF), mặt thoáng tại vị trí ban đầu, một nửa chu kỳ, một chu kỳ, 3/2 chu kỳ

Khi sử dụng mô đun thể tích hữu hạn của TELEMAC, dao động của mặt thoáng tự do theo chiều cao của thành mất đi và kết quả tốt lên rõ rệt.

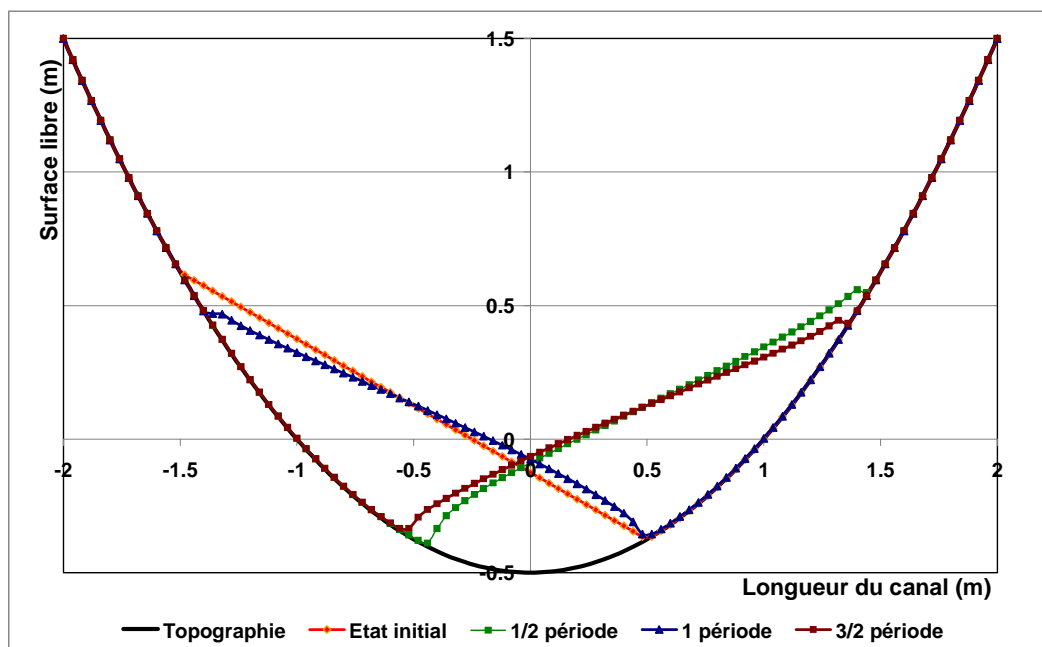


Figure 3-19: Bài toán kiểm tra Thacker (EF), mặt thoáng tại vị trí ban đầu, một nửa chu kỳ, một chu kỳ, 3T/2 chu kỳ

DassFlow

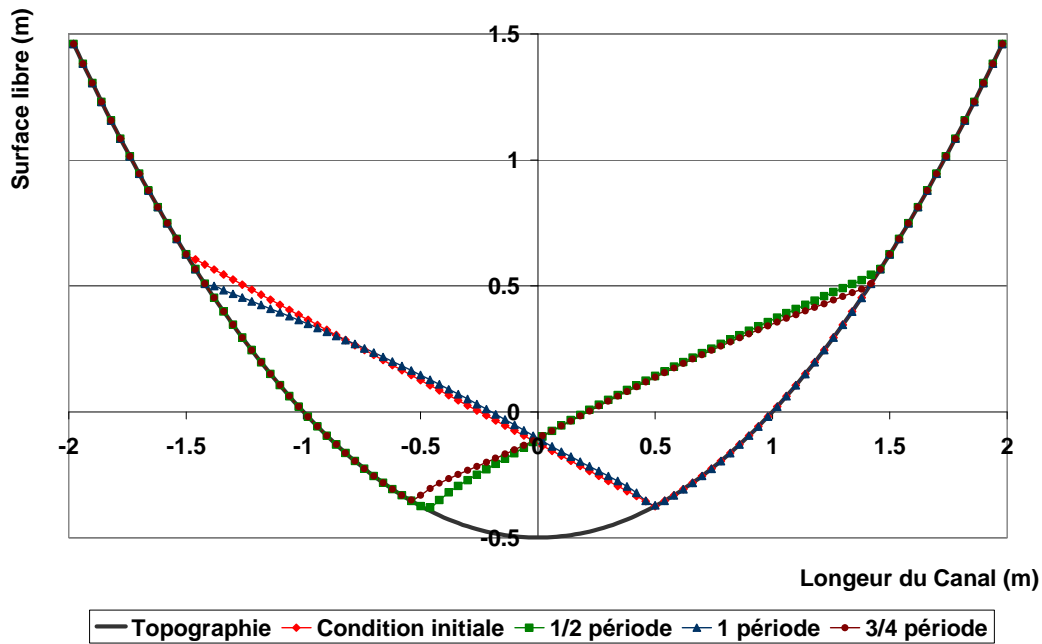


Figure 3-20: Bài toán kiểm tra Thacker (EF), mặt thoáng tại vị trí ban đầu, một nửa chu kỳ, một chu kỳ, 3/2 chu kỳ

Đối với DASSFLOW, kết quả rất tốt, cho thấy khả năng của phần mềm trong việc xử lý các bãi khô ướt.

3.3.6 Kết luận trên bài toán mẫu

Qua phần kiểm tra trên ta thấy phần mềm DASSFLOW, về tổng thể, vượt qua được tốt các bài toán mẫu, cho phép xử lý nhiều chế độ dòng chảy đặc biệt đòi hỏi dưới quan điểm của các phương pháp số và cách giải của chúng. Còn đối với TELEMAC 2D, kết quả ít chính xác hơn so với DASSFLOW trong bài toán bất sóng sốc bởi vì nó dựa trên hệ phương trình dạng không bảo toàn và sơ đồ tính theo phương pháp phân tử hữu hạn. Nhìn chung, ta có thể thấy phương pháp thể tích hữu hạn có hiệu lực hơn trong nhiều trường hợp.

Trong phần sau sẽ áp dụng các phần mềm cho một trường hợp thực tế với đặc trưng thủy lực phức tạp.

4 Site d'étude la Lèze

Nous avons choisi la région de la Commune de Lézat-sur-Lèze comme premier sujet d'application du code DASSFLOW. Lézat-sur-Lèze se situe au nord des Pyrénées la Lèze prenant sa source dans le piémont pyrénéen. Lézat-sur-Lèze est un village d'environ 2200 habitants, situé à 210 m d'altitude dans la vallée de la Lèze qui est un affluent de l'Ariège. Le territoire de la commune s'étend sur un paysage de vallons et de collines cultivés et parsemés de bosquets de chênes. Une route à circulation importante traverse ce village, elle suit le cours de la Lèze et permet de rejoindre Toulouse situé à 40 km environ au Nord. Dans l'autre sens, on accède au département de l'Ariège dont Lézat occupe la position la plus septentrionale. D'autres routes beaucoup moins fréquentées partent du village et traversent les coteaux du Volvestre qui s'étendent de part et d'autre de la vallée.

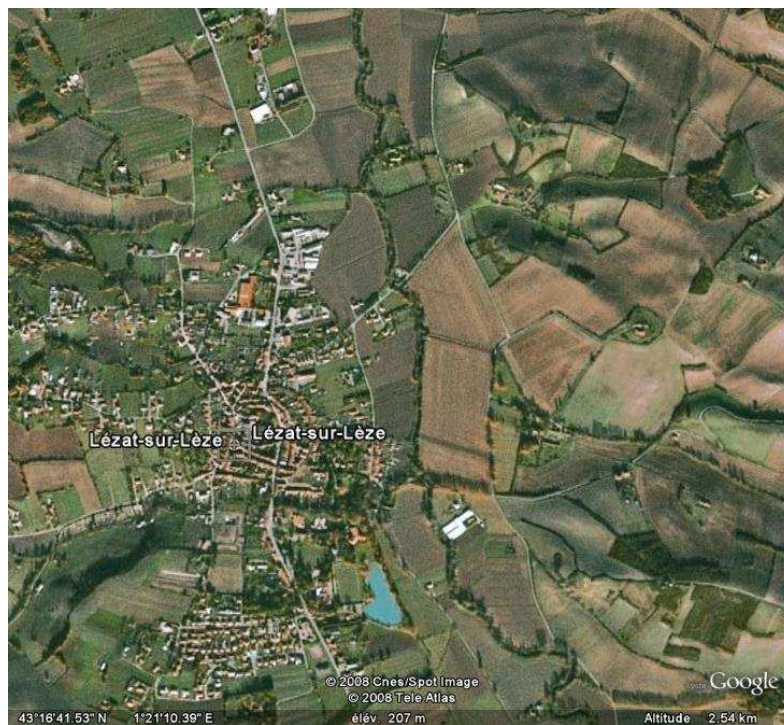


Figure 4-1 : La Lèze à Lézat sur Lèze

Le bassin versant de la Lèze est dominé par les contreforts du Plantaurel, à environ 600 mètres d'altitude, avant son arrivée de Mondély. Ici la Lèze circule au sein d'une petite vallée humide encadrée par des monts accidentés dont les versants sont plus ou moins pentus. Au sortir du Plantaurel, à l'aval de Paihès, la formation molassique couvre la majeure partie du territoire et encadre la plaine alluviale de la Lèze. Ce système vallonné de coteaux de faible altitude (200-400 mètres) draine la majeure partie des affluents de la Lèze. L'agriculture et notamment la céréaliculture y sont prépondérantes. Elle occupe les vastes des collines, reléguant l'élevage à la partie amont du territoire. L'irrigation ne s'effectue ici que sur les cultures de maïs, pois et soja à la faveur des retenues collinaires disséminées sur l'ensemble des terreforts. L'occupation des sols est donc majoritairement agricole. Le lit graveleux de la Lèze est dans cette portion relativement étroit et délimité par des berges verticales. Les écoule-

ments dominants sont de type « plat courant », c'est-à-dire laminaire, les ruptures naturelles de pente (hauteur et chutes) sont faibles.

4.1 Hydrologie de la Lèze

L'alimentation de la Lèze est pluviale, ce qui explique les sautes de son débit, les crues brutales lors d'orage qui peuvent prendre, parfois, un caractère catastrophique.

La Lèze est une rivière très irrégulière. Son débit a été observé durant une période de 41 ans (1968-2008), à Labarthe-sur-Lèze, localité du département de la Haute-Garonne située au niveau de son confluent avec l'Ariège. La surface ainsi étudiée est de 351 km², soit la totalité du bassin versant de la rivière.

Le débit moyen interannuel ou module de la rivière à Labarthe-sur-Lèze est de 2,01 m³ par seconde. La Lèze présente des fluctuations saisonnières de débit fort marquées, comme la plupart des cours d'eau du piémont pyrénéen. Les hautes eaux se déroulent en hiver et au printemps, et se caractérisent par des débits mensuels moyens allant de 2,98 à 3,83 m³ par seconde, de janvier à mai inclus (avec un maximum en février). À partir du mois de juin, le débit baisse fortement ce qui mène aux basses eaux d'été-automne qui ont lieu de juillet à octobre inclus, entraînant une baisse du débit mensuel moyen jusqu'à 0,334 m³ au mois d'août. Mais ces moyennes mensuelles ne sont que des moyennes et occultent des fluctuations bien plus prononcées sur de courtes périodes ou selon les années.

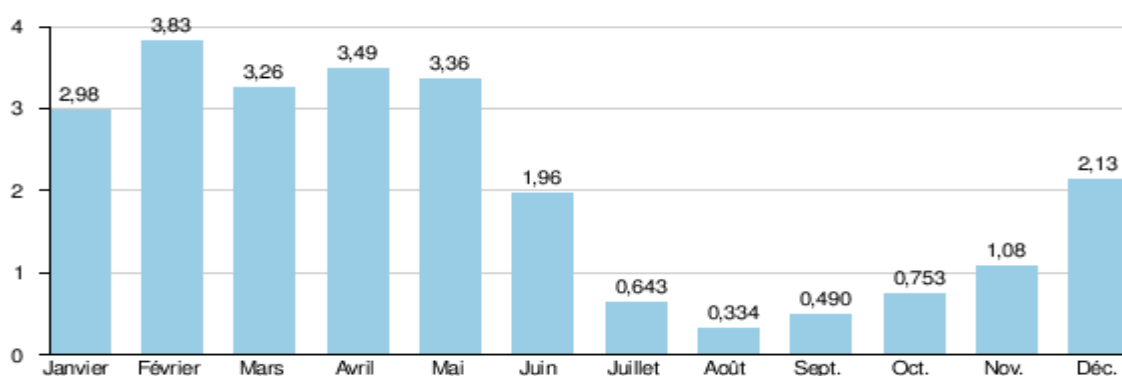


Figure 4-2 : Débit moyen mensuel de La Lèze (en m³/s) mesuré à la station hydrologique de Labarthe-sur-Lèze. Données calculées sur 41 ans.

Aux étiages, le VCN3 peut chuter jusque 0,016 m³ par seconde (seize litres), en cas de période quinquennale sèche, ce qui est très sévère, le cours d'eau étant alors réduit à quelques filets d'eau. Mais ce fait est fréquent sur les rivières de la région.

Quant aux crues, elles peuvent être très importantes, compte tenu de la taille du bassin versant. Les QIX 2 et QIX 5, ou débits instantanés calculés pour une crue biennale et quinquennale, valent respectivement 60 et 92 m³ par seconde. Le QIX 10 ou débit instantané calculé de crue décennale est de 110 m³ par seconde, le QIX 20 de 130 m³, tandis que le QIX 50 se monte à pas moins de 160 m³ par seconde.

Le débit instantané maximal enregistré à Labarthe-sur-Lèze a été de 144 m³ par seconde le 11 juin 2000, tandis que la valeur journalière maximale était de 110 m³ par seconde le même jour. Si l'on compare la première de ces valeurs à l'échelle des QIX de la rivière, on constate que cette crue était intermédiaire entre les niveaux d'ordre vicennal et cinquantennal déterminés par le QIX 20 et le QIX 50, et donc destinée à se répéter tous les 35-40 ans en moyenne.

4.1.1 La crue de 2000

L'inondation du 9 au 11 juin 2000 est la plus importante qui s'est produite dans la vallée depuis 1875, soit depuis 125 ans !

Les causes de cette inondation catastrophique : l'évènement pluvieux à l'origine est exceptionnel par son ampleur spatiale (bas de piémont pyrénéen), sa localisation, centrée autour de Saint Sulpice et sa durée (135 mm tombés entre le 9 au soir et le 10 au matin). Les pluies de mai et juin 2000 qui sont la cause directe de la crue ont été générées dans la vallée de la Lèze par rencontre de deux masses d'air, l'une provenant d'un flux océanique Nord-Nord Ouest et l'autre d'un flux méditerranéen. Les pluies peu importantes mais tombées de manière continue pendant 10 jours avant la crue ont entraîné des phénomènes de saturation des sols, qui ont tendance à favoriser la crue. Après deux jours d'accalmie, on a pu observer un retour de pluies rapides, avec des cellules orageuses, qui ont entraîné la crue proprement dite, car les sols n'étaient plus en mesure d'absorber. La saturation des terrains par des pluies précédant l'évènement a aggravé le phénomène mais surtout, l'état des bassins et des cours d'eau a favorisé des transferts de flux et une montée rapide de la crue.

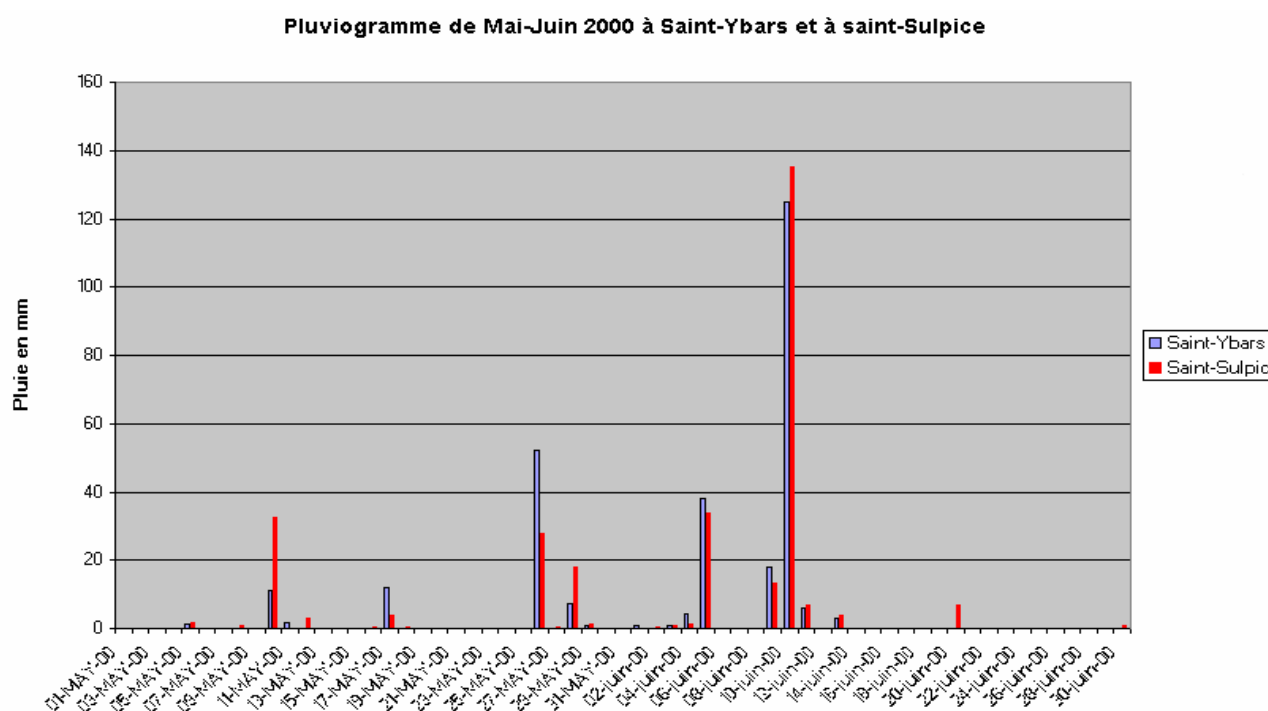


Figure 4-3 : Pluviogramme établi d'après les données Météo France.

Lorsque les points de concentration de pluie sont centrés sur la basse vallée (et pas assez en amont), on observe une crue quasi-immédiate : c'est ce qui s'est produit pour la crue de juin 2000, ou en 2 jours, plus de 1500mm d'eau sont tombés notamment sur St Sulpice et St Ybars comme on peut le voir sur les isohyètes présentés ci-après :

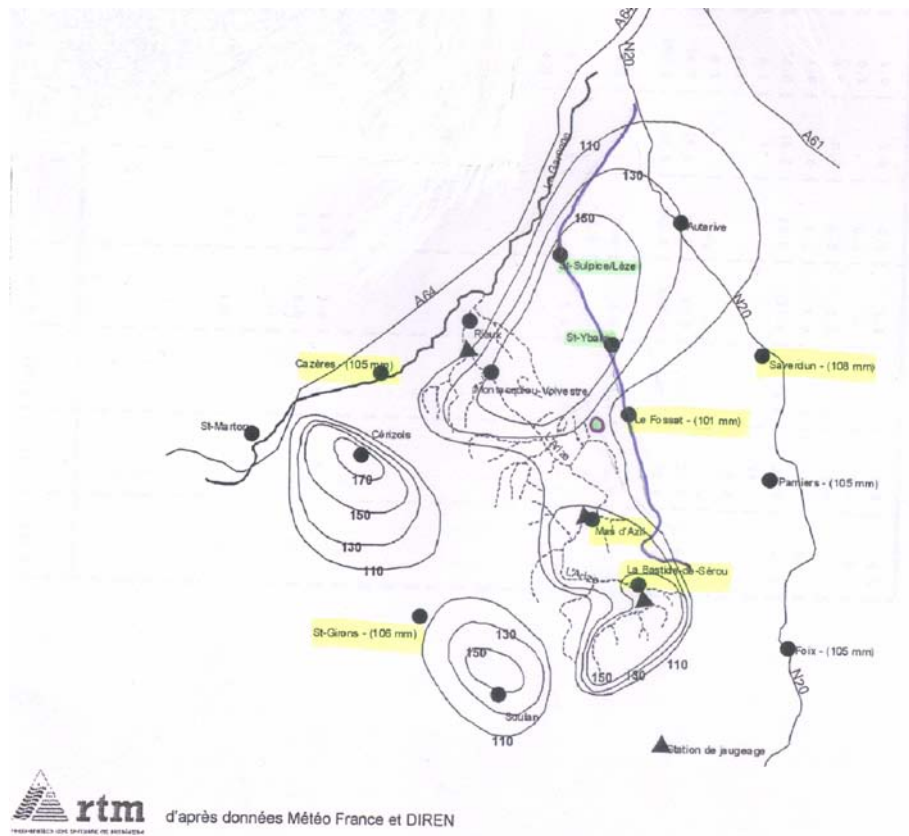


Figure 4-4 : Isohyètes de la pluie des 9,10,11 juin (cumuls sur 36 heures)

A travers l'historique sur les quelques crues qui ont le plus marqué la vallée de la Lèze, il est difficile d'interpréter une crue à l'aide de son simple histogramme. Cependant, on a pu se rendre compte qu'aucune crue n'est identique, que chacune possède sa particularité : ceci rendant son interprétation encore plus délicate.

Ainsi, se dessine l'importance de posséder le maximum d'information sur une crue (courbe de hauteur, de débit, témoignages de la population, etc.) afin de pouvoir l'interpréter du mieux possible.

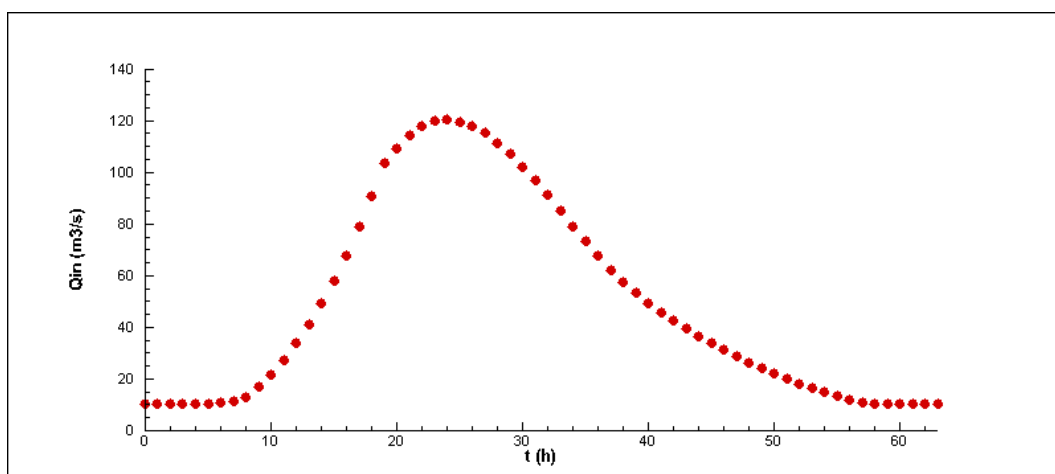


Figure 4-5 : Hydrogramme de la Lèze pour la crue de 2000

4.2 Les données topographiques

4.2.1 BD Topo

L'Institut Géographique National et la BD TOPO® fournissent une information de référence en 3D à tous les acteurs de la gestion et de l'aménagement du territoire pour analyser, situer et représenter tous types de données dans leur contexte géographique.

La BD TOPO® 1.2 version « Pays » contient une description vectorielle (structurée en objets) des éléments du paysage, de précision métrique, et comprend l'ensemble : du réseau routier, du réseau ferroviaire, du réseau électrique de transport, du réseau hydrographique, des bâtiments, de l'occupation du sol par la végétation arborée, des limites administratives et des toponymes. Par ailleurs, le relief est décrit sous forme de modèles numériques de terrain (MNT).

4.2.2 Modèle numérique de terrain par balayage laser (LIDAR)

Une représentation précise du relief est indispensable pour de très nombreuses applications de gestion du territoire. Les modèles numériques de terrain (MNT) sont des représentations simplifiées du relief. Ils sont produits par différentes technologies : photogrammétrie, levés terrestres, balayage laser ou radar. Les systèmes LIDAR (« Light Detection And Ranging ») ou lasers aéroportés mesurent la distance entre le sol et l'avion à l'aide d'un télémètre laser. Afin de pouvoir attribuer l'altitude, mesurée par le laser, à une paire de coordonnées précise à la surface du sol, le positionnement absolu du faisceau laser lors de la mesure est déterminé grâce aux informations enregistrées conjointement par un GPS (Global Positioning System) et une centrale inertielle. Jusqu'à 5000 impulsions laser sont enregistrées à chaque seconde. Les données sont alors traitées pour produire un fichier de coordonnées (x,y,z). Le traitement des mesures et le filtrage des résultats permettent de distinguer une altitude « terrain » (MNT) et une altitude correspondant au haut des objets (toits, arbres, ...) (MNS).

La technologie laser apporte une nouvelle alternative, rapide, précise et abordable, permettant la production de données tridimensionnelles. Les modèles numériques d'altitude (MNA) haute résolution améliorent considérablement la connaissance du territoire, en ouvrant la voie à de nouvelles applications dans des domaines aussi variés que la cartographie des dangers naturels, l'analyse du paysage, l'aménagement urbain ou encore les télécommunications.

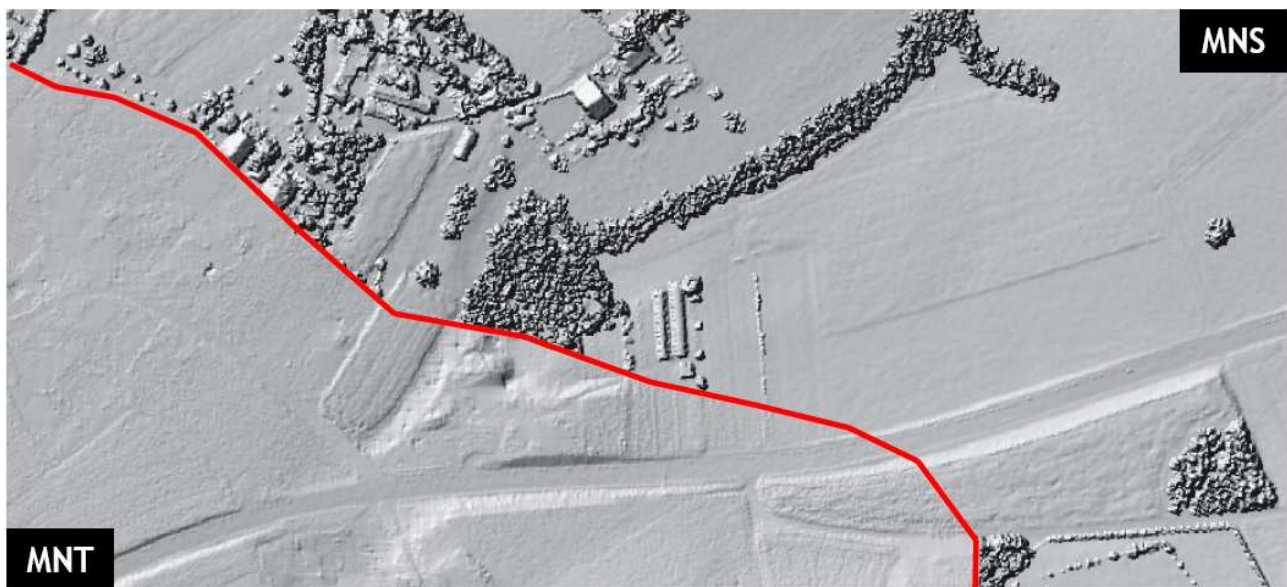


Figure 4-6 : Modèle numérique de terrain

Une analyse des risques d'inondation requiert des données précises sur la topographie du terrain. Les régions sujettes aux inondations présentent généralement un relief peu marqué. De faibles changements de niveau d'eau peuvent entraîner des modifications majeures de la superficie inondée. Or la précision des calculs hydrauliques est tributaire de la qualité des MNA utilisés et ceci surtout pour la définition des lignes de rupture (routes, chemins de fer, etc.) ou de tout obstacle de nature à barrer l'écoulement ou à créer des chemins préférentiel

(Metzger & Consuegra, EPFL-HYDRAM 1998). Les modèles numériques de terrain laser sont donc une source de données idéale pour une bonne cartographie des inondations.

4.3 Choix du site d'étude

Le site d'étude est donc a été choisi car il est représentatif des problèmes que nous voulons étudier :

- faible débordement de la rivière ;
- zone impactée assez importante ;
- possibilité d'existence ou création d'un second canal d'écoulement ;
- proximité d'une ville ;
- existence d'un pont ;
- état de surfaces différents...

autant de problèmes qui traités isolément présentent déjà des difficultés de modélisation. Cette zone s'étend sur une longueur de 2 Km pour une largeur de 1Km environ comme nous pouvons le voir sur la Figure 4-7. Pour toutes les cartes présentée par suite le Nord se situe en haut de la carte et le Sud en bas. La lèze est un rivière qui coule Sud-Nord, l'amont se situe en cas de la carte et l'aval en haut.

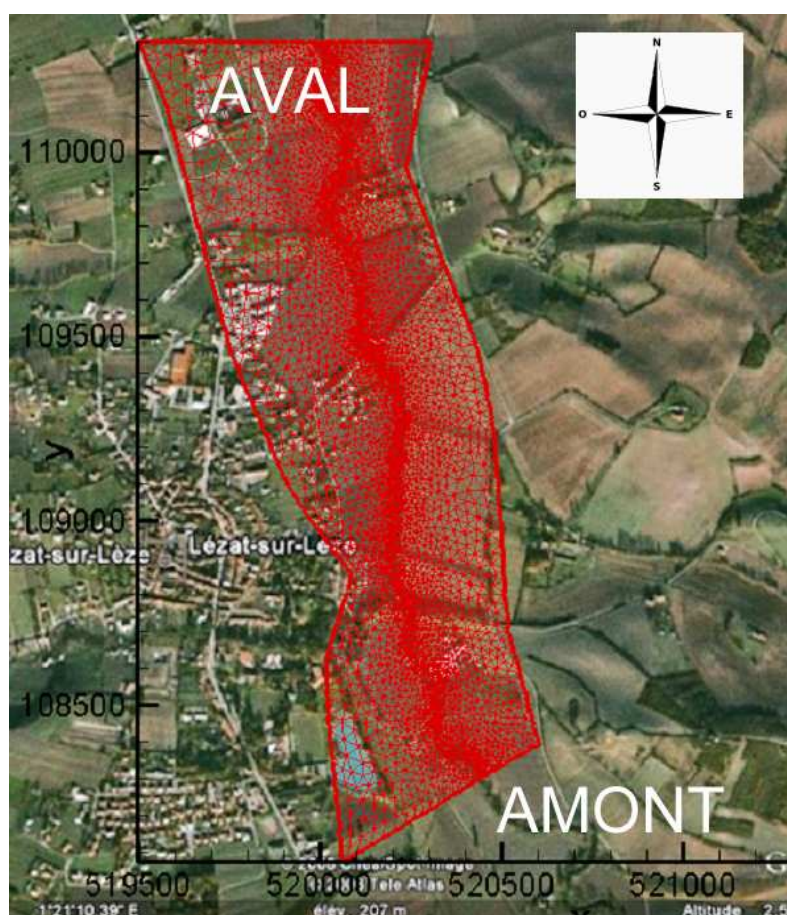


Figure 4-7 : La Lèze

L'inondation du 9 au 11 juin 2000 est la plus importante qui s'est produite dans la vallée depuis 1875, soit depuis 125 ans (<http://www.smival.fr/smival/>). Les causes de cette inondation catastrophique résultent d'un événement pluvieux exceptionnel par son ampleur spatiale (bas de piémont pyrénéen), sa localisation, centrée autour de Saint Sulpice et sa durée (135 mm tombés entre le 9 au soir et le 10 au matin). La saturation des sols par des pluies précédentes a aggravé le phénomène mais surtout, l'état des bassins et des cours d'eau a favorisé des transferts de flux et une montée rapide de la crue.

L'impact de l'inondation a été très fort sur l'ensemble des communes, sur les habitations et les ouvrages présents dans la plaine. Les ruptures de berges ont organisé les premières submersions et généré des lignes de courant. Les aménagements de la plaine ont fortement conditionné la dynamique de submersions : tous les remblais routiers perpendiculaires à l'axe de la Lèze ont fait office de barrage. Par certains endroits, la plaine étant plus basse que le lit mineur, les débordements ont eu du mal à revenir dans la rivière (surtout de Lagardelle à Labarthe où les pentes sont très faibles).

Le compromis entre maille, topographie et puissance de calcul a évolué dans le temps. Avant les années 2000 (Bates and De Roo 2000) les maillages ne permettent pas de représenter la finesse de la topographie. L'augmentation de la puissance de calcul inverse la tendance et permet d'intégrer cette finesse sur des topographies issues de relevés type IGN en France. L'apparition de relevés LIDAR haute résolution repose le problème de l'intégration de ces informations tant au niveau puissance de calcul que de représentation physique et numérique.

des phénomènes. Un domaine de recherche nouvellement émergent est de savoir comment intégrer ces ensembles massifs de données.

Un problème majeur dans les études de ce type est de séparer les effets topographiques des effets de la résolution du maillage. Ces derniers se révèlent être importants en cas d'écoulements en eau peu profonde (Hardy et al. 1999) ; (Horritt and Bates 2002; Horritt et al. 2006).

Il est donc difficile de discriminer les effets de la résolution des maillages, de la finesse de la topographie, et des paramètres de modélisation (rugosité) sur les résultats des modèles. C'est le problème fondamental abordé dans le présent document.

4.4 Bathymétrie et configuration du problème

Les écoulements des eaux peu profondes dans l'environnement sont fortement influencées par la topographie, de ce fait le développement de modèles numériques pour modéliser ces flux est dépendant de la disponibilité des modèles numériques du terrain (MNT) à une échelle appropriée et exacte. De plus la topographie exerce une grande influence sur l'hydraulique fluviale et les inondations, de même dans les modèles numériques pour les prévisions.

Pour certains types d'écoulements, les modèles 1D en particulier ont montré qu'ils peuvent donner de bonnes prédictions des propriétés d'écoulement et de l'élévation de la surface de l'eau malgré une topographie limitée à un petit nombre de sections dans l'espace.

Les modèles de l'hydraulique fluviale 2D et la modélisation par les méthodes éléments finis ou volumes finis peuvent être nécessaires pour prédire les processus à petites échelles hydrauliques, tels que les flux sur les plaines inondables. Dans ces cas, le MNT à plus haute résolution est nécessaire.

Pour des pays moins développés, la modélisation des inondations a été limitée par la limitation de la résolution spatiale des topographies disponibles ou par le coût d'acquisition des données par enquêtes de terrain.

Cependant, les données topographiques à haute résolution et haute précision sont de plus en plus disponibles pour étudier la prédiction des inondations dans de nombreux pays. La bathymétrie haute résolution du sonar est devenue disponible, et donc le MNT de la topographie du chenal peut désormais être développé très largement.

Les données Lidar (Light Détection And Ranging) ont été utilisées pour générer la topographie des zones inondables nécessaires à la modélisation avec une haute résolution spatiale en plan (0.2 m), et verticale (± 5 mm) ((Marks and Bates 2000). (Cobby et al. 2001), et SAR aéroportés (radar à ouverture synthétique) interférométrie peut également s'avérer utile dans l'avenir (Wimmer et al. 2000).

L'augmentation de l'utilisation des techniques de télédétection pour la capture des données topographiques a largement surmonté ce problème et a provoqué un déplacement rapide de peu de données à trop de données. Par conséquent, la résolution des données topographiques utilisées pour la simulation a été beaucoup plus fine que la résolution des maillages des modèles.

La bathymétrie de la Lèze a été fournie par deux sources, l'Institut Géographique National et la Société GEOSPHAIR. L'IGN nous fournit la topographie du lit majeur par des iso-lignes, ainsi que les berges et l'axe de la rivière, puis elles ont été complétées par des profils en travers du lit mineur relevés par un Géomètre expert. La Société GEOSPHAIR nous fournit des données LIDAR, elles sont issues d'une campagne aérienne commandée spécialement par notre groupe HYDROECO sur le cours de la Lèze et du Touch avec une densité de points de 5 à 7 points/m². Ces données sont utilisées brutes par interpolation ou dédensifiées en ne gardant que les points représentatifs (analyse du gradient de Z). Il s'agit alors du Modèle Key Point(MKP).

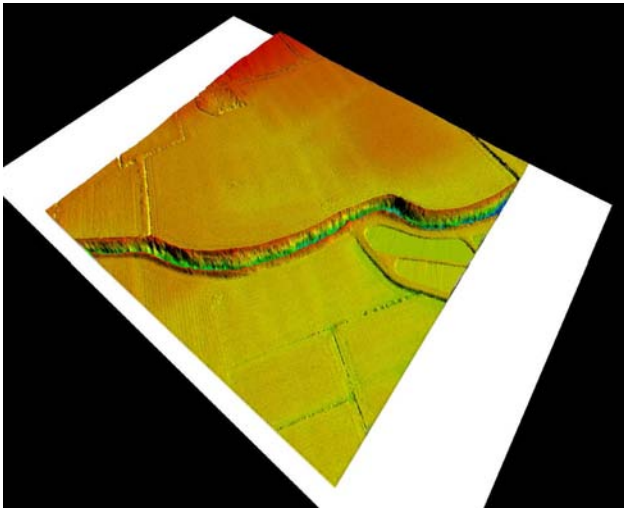


Figure 4-8 : Vue générale

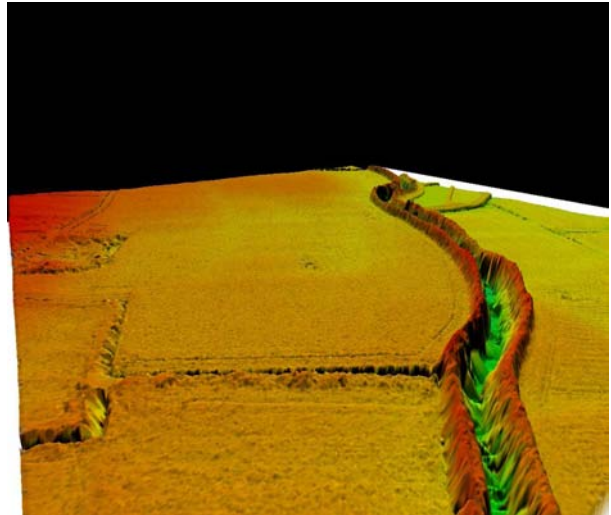


Figure 4-9 : Bourrelet de Berge

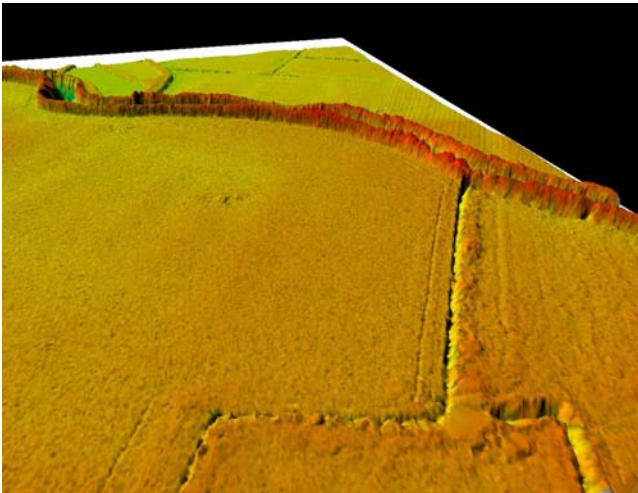


Figure 4-10 : Fosse+ Sillon

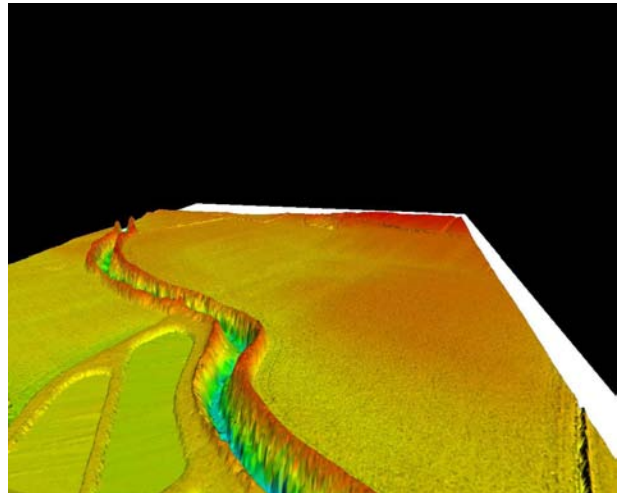


Figure 4-11 : Plan d'eau

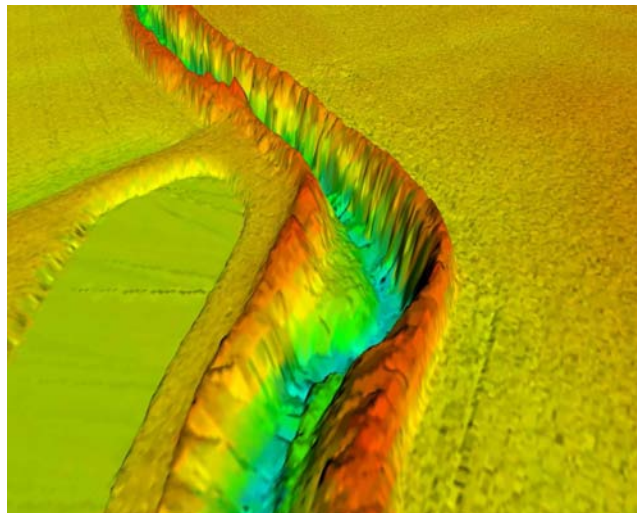


Figure 4-12 : Creusement du lit mineur

5 Etude de l'influence de la résolution du maillage et de la topographie

5.1 Présentation

Un des objectifs de cette thèse est de comprendre la sensibilité au maillage, en condition réelle, des codes que nous avons décrit précédemment. En effet les cas tests que nous avons utilisés montrent l'aptitude des codes à résoudre les difficultés une par une. Le passage à un site d'étude croise toutes ces difficultés. L'inter comparaison de code est nécessaire pour identifier des différences de réponse pour des codes pourtant s'appuyant sur les mêmes équations. L'incidence peut être grande comme nous allons le voir en fonction des choix réalisés. Nous verrons ensuite l'incidence de la densité du maillage et comprendre comment cela intervient sur la dynamique de crue. Il sera fait de même ensuite sur la précision de mesure sur laquelle s'appuie le maillage. Enfin une partie assez originale sur la sensibilité de la réponse au maillage sera effectuée avec DASSFLOW.

Notre étude porte sur un problème de crue et d'inondation de la Lèze avec haute précision. Pour cela nous avons employé des calculateurs puissants tels que le système de calcul HYPERION (CALMIP) qui présente une puissance de 33 TéraFlop, des données topographiques à haute résolution (LIDAR) et avons créé des maillages très fins de l'ordre de 1 mètre. De plus pour le problème du front sec, nous avons choisi le seuil sec $h_{eps} = 0.001$ mètre.

Comme dans tous les problèmes pratiques d'inondation, nous nous trouvons confronté au moment du débordement à des hauteurs d'eau effectives très faible. Ceci peut aussi se conjuguer avec des vitesses importantes, par exemple lors d'un débordement au-dessus d'un talus ou d'une digue. La condition de stabilité CFL, assurant une hauteur d'eau positive sur tout le domaine de calcul devient alors difficile à respecter et impose une décroissance importante du pas de temps de calcul pour tout le domaine (sauf algorithme particulier).

La condition de la stabilité CFL impose (voir chapitre 2) :

$$h_i^{n+1} \geq 0 \rightarrow \Delta t^n \leq \frac{|S_i|}{\sum_{j=1}^{N_i} E_{ij} T_{\eta}^{-1} F(V_i, V_j)} h_i^n ; \quad \forall i \in \Omega$$

Nous constatons que toutes les quantités présentes dans le modèle sont affectées par le calcul du pas de temps. Celui-ci est issu des hauteurs d'eau et des vitesses au pas de temps précédent. Si dans le domaine il existe un seul élément où la hauteur d'eau est petite, le pas de temps doit donc diminuer. La valeur de h_{eps} ici utilisée est un compromis entre le temps de calcul et la représentation physique d'une lame d'eau de 1mm.

5.1.1 Les maillages

Nous voulons savoir comment séparer les effets topographiques de la résolution de maillage donc nous avons créé une série de tests sur la Lèze. Des maillages avec un nombre d'éléments différents ont été générés contenant :

	TELEMAC 2D et DASSFLOW
Grossier + IGN	12479Nœuds/24632Elements
fin + IGN	49589Nœuds/98528Elements
très fin + IGN	197705Nœuds/394112Elements
très fin + LIDAR	197705Nœuds/394112Elements

Table 5-1 : Synthèse des maillages utilisés

Ces maillages ont été utilisés successivement avec TELEMAC 2D et DASSFLOW.

Ce travail systématique permet d'analyser l'influence du raffinement du maillage, soit l'influence du code, soit l'influence de la précision de la topographie. Cette première série de maillages est faite sans le bâti effectif sur la zone, on verra dans les perspectives l'impact du bâti.

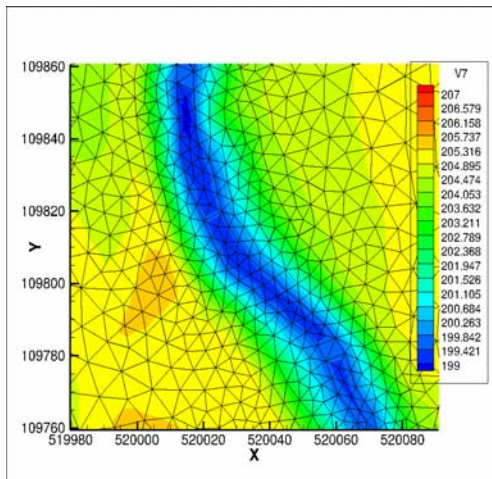


Figure 5-1 : Grossier + IGN ou « rf0 »

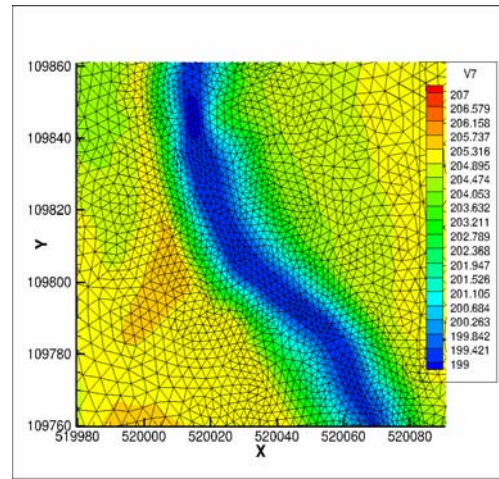


Figure 5-2 : Fin + IGN ou « rf1 »

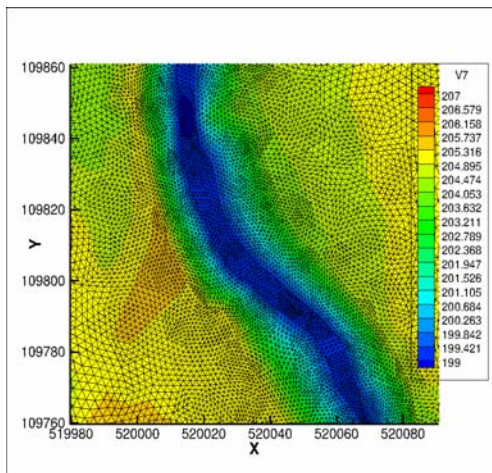


Figure 5-3 : Très fin + IGN ou « rf2 »

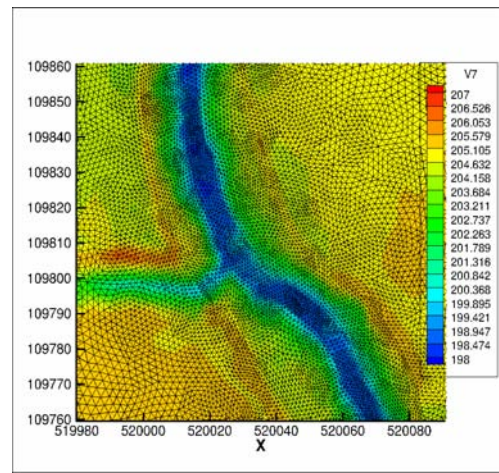


Figure 5-4 : Très fin + LIDAR ou « rf2-LIDAR »

On constate sur les figures 6-7 à 6-10 la différence bathymétrique qui existe sur cette très petite zone de 100m par 100m et l'impact du relevé LIDAR. Sur une même topographie IGN, on constate déjà que le raffinement du maillage permettra d'obtenir une meilleure représentation. La quatrième figure présente une représentation fidèle de la topographie, car associant un maillage le plus fin avec les données LIDAR. On constate que la topographie LIDAR est différente de la topographie IGN. On note par exemple la matérialisation d'un ruisseau en rive gauche.

5.1.2 Condition initiale

La condition initiale est issue d'un régime stationnaire pour un débit entrant de $10\text{m}^3/\text{s}$. qui correspond au régime normal de la Lèze à cet endroit. Elle a été calculée en régime permanent avec TELEMAC 2D puis imposée à DASSFLOW afin d'avoir le même point de départ pour tous les hydrogrammes. Cette solution a été choisie afin d'imposer une carte de vitesse et de hauteur similaires dans les deux codes.

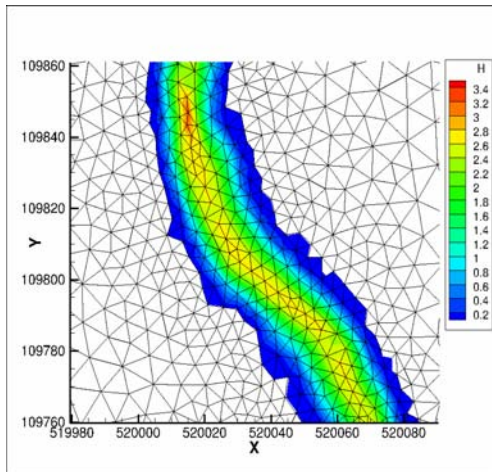


Figure 5-5 : Grossier + IGN ou « rf0 »

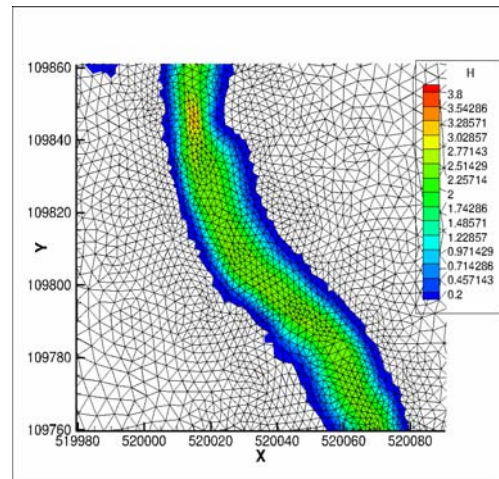


Figure 5-6 : Fin + IGN ou « rf1 »

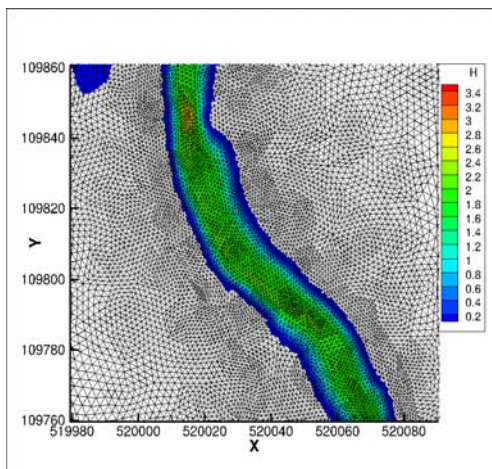


Figure 5-7 : Très fin + IGN ou « rf2 »

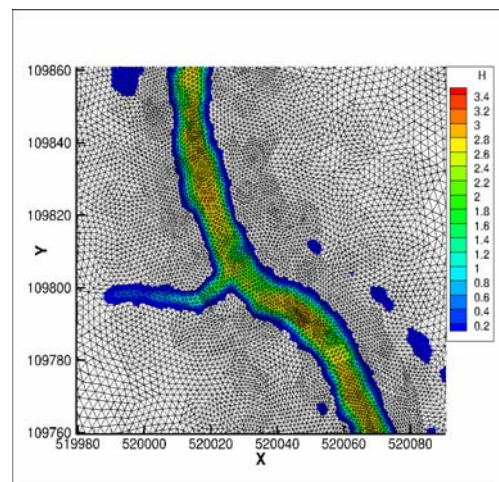


Figure 5-8 : Très fin + LIDAR ou « rf2-LIDAR »

5.1.3 Les conditions aux limites du problème:

La condition à la limite imposée en aval est de type courbe de tarage. La condition imposée en amont est l'hydrogramme de la crue de 2000.

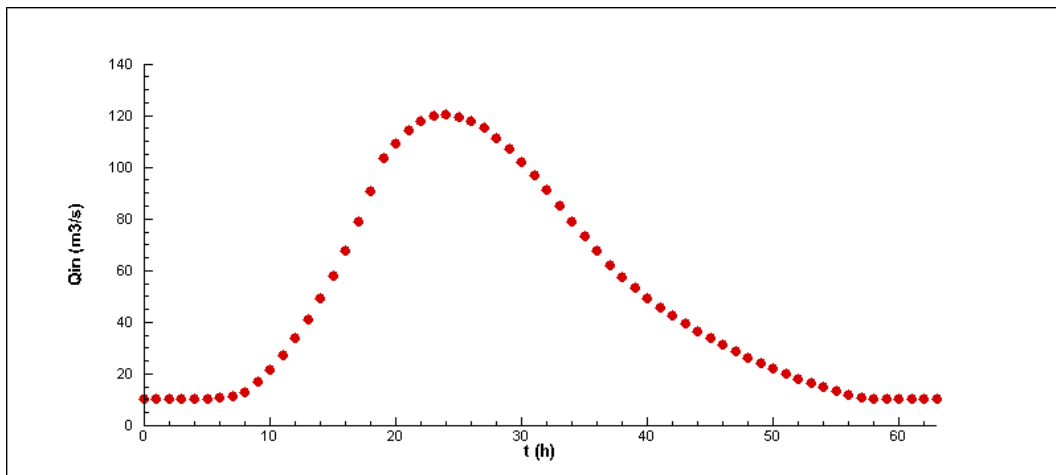


Figure 5-9 : Hydrogramme de la Lèze

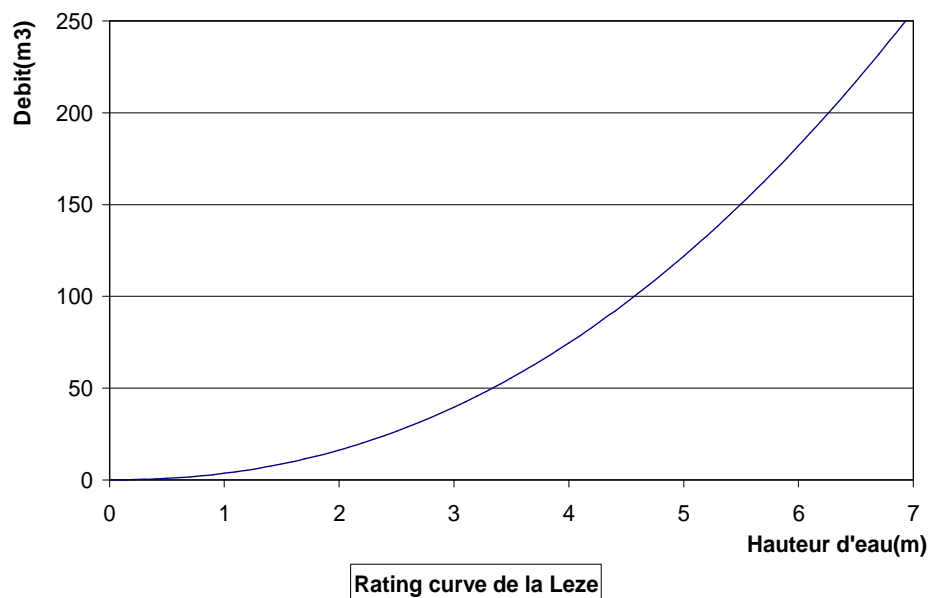


Figure 5-10 : La courbe de tarage de la Lèze

Le courbe de tarage de la Lèze est approximée par la formule suivante :

$$Q = 3.5261h^{2.2}$$

5.2 Analyse cartographique de l'influence du maillage

5.2.1 Comparaison à l'initialisation Telemac 2D / DassFlow pour tous les maillages à 3h.

A $t = 3h$ la solution TELEMATC est imposée à DASSFLOW, pour avoir une initialisation commune des conditions initiales des champs de U, V, H . Ceci est fait pour éviter des diffé-

rences de convergence de conditions initiales, mais impose à DASSFLOW des champs qui n'équilibrent pas exactement son solveur. Dans tous les paragraphes qui vont suivre sont représentés :

- l'heure à laquelle les comparaisons sont effectuées sur l'hydrogramme amont,
- les 4 cartes d'inondations calculées par TELEMAC 2D,
- les 4 cartes d'inondations calculées par DASSFLOW,

sur les configurations maillages topographies définies précédemment (Table 6.1).

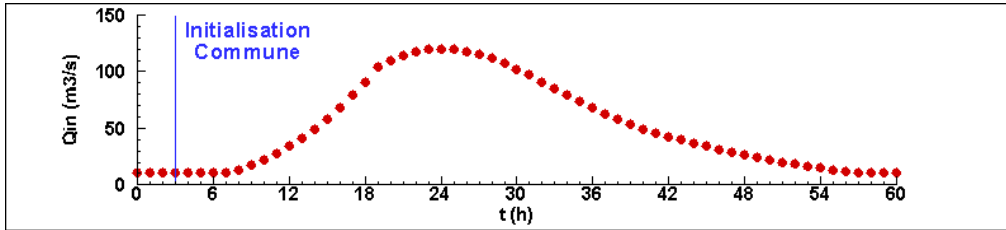


Figure 5-11 : Heure de comparaison

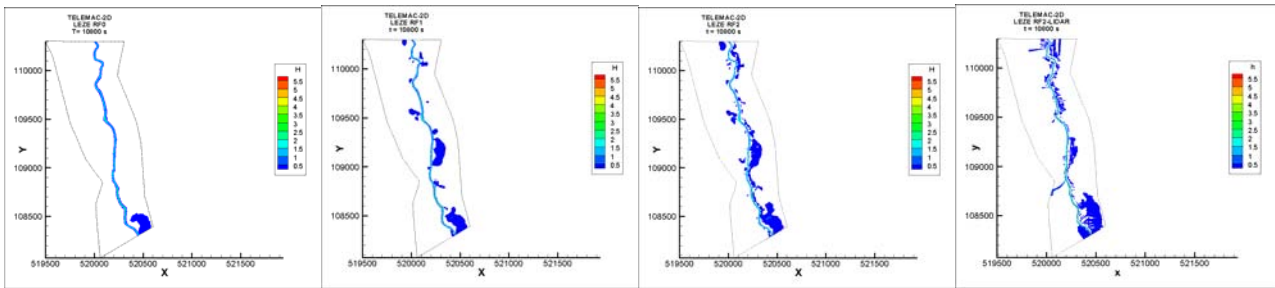


Figure 5-12 : Résultat TELEMAC 2D pour les maillages :

rf0 - rf1 - rf2 - rf2_LIDAR

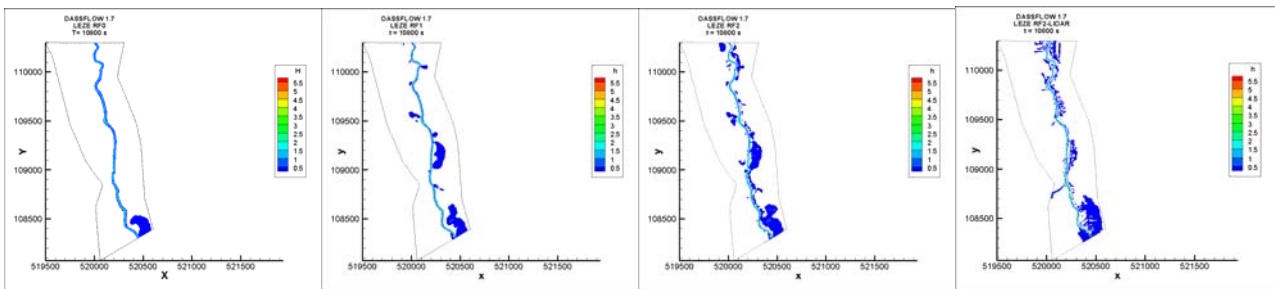


Figure 5-13 : Résultat DassFlow pour les maillages :

rf0 - rf1 - rf2 - rf2_LIDAR

Cette initialisation est donc bien la même pour les deux codes. Par contre les zones inondées diffèrent suivant les configurations. C'est un artefact de notre méthode d'initialisation qui consiste à imposer une hauteur d'eau constante à $t = 0h$ sur les nœuds à proximité de l'axe du lit mineur. Cette méthode impose une quantité d'eau sur certaines mailles du lit majeur, eau qui n'a pas pu s'écouler dans les 3 heures considérées.

5.2.2 Comparaison Telemac 2D / DassFlow pour tous les maillages à 6h

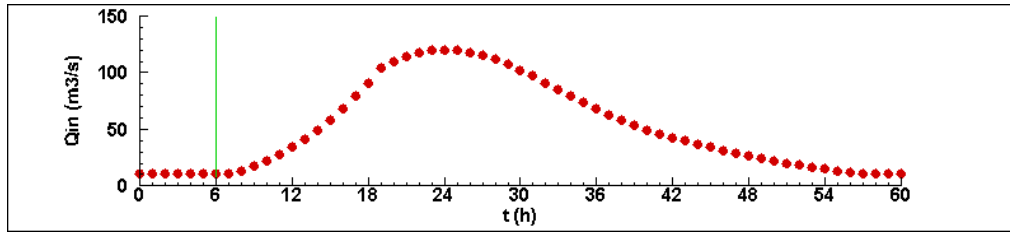


Figure 5-14 : Heure de comparaison

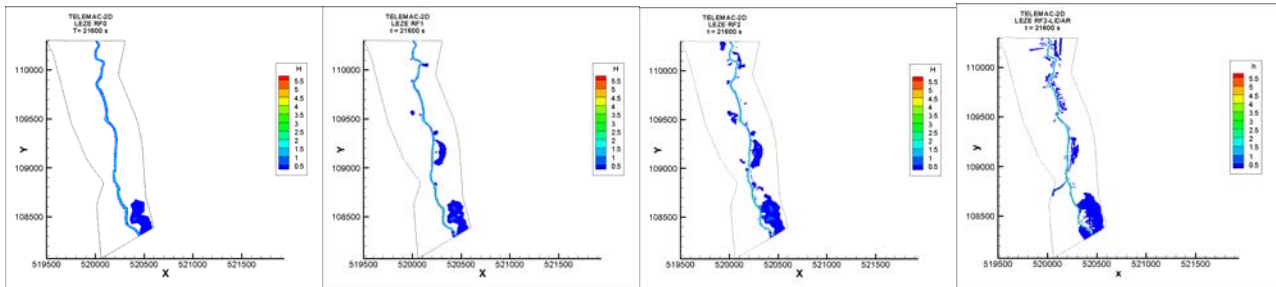


Figure 5-15 : Résultat TELEMAC 2D pour les maillages :

rf0 - rf1 - rf2 - rf2_LIDAR

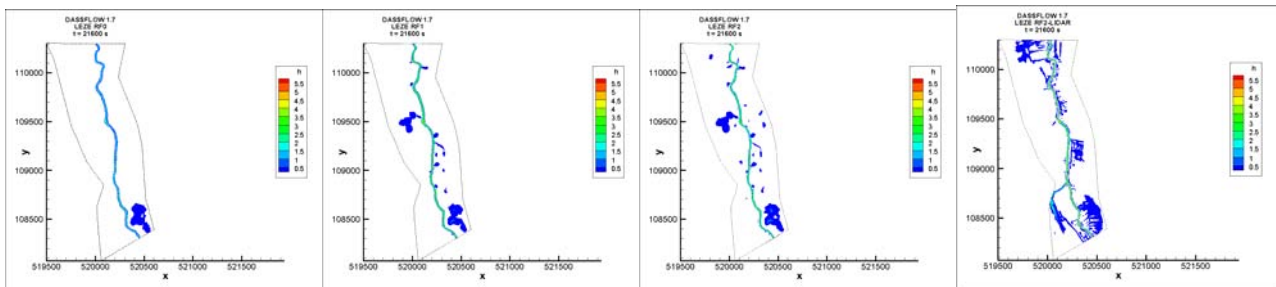


Figure 5-16 : Résultat DassFlow pour les maillages :

rf0 - rf1 - rf2 - rf2_LIDAR

A 6 heures le débit est toujours constant et égal à $10 \text{ m}^3/\text{s}$. Pour les configurations rf0, rf1, rf2 on note que les surfaces inondées se résorbent, résultat attendu. Par contre les données LIDAR font apparaître en rive gauche à l'amont une zone basse préférentielle d'inondation plus marquée avec DassFlow.

5.2.3 Comparaison Telemac 2D / DassFlow pour tous les maillages à 12h

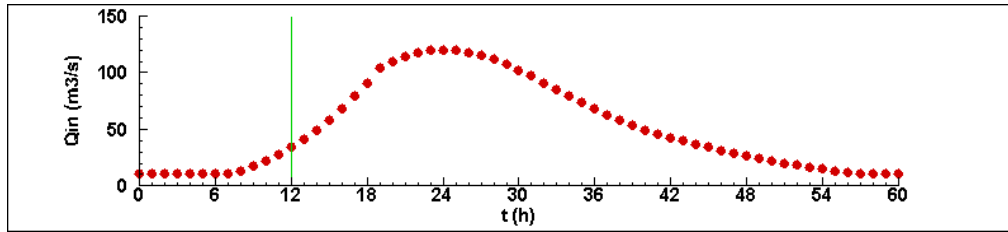


Figure 5-17 : Heure de comparaison

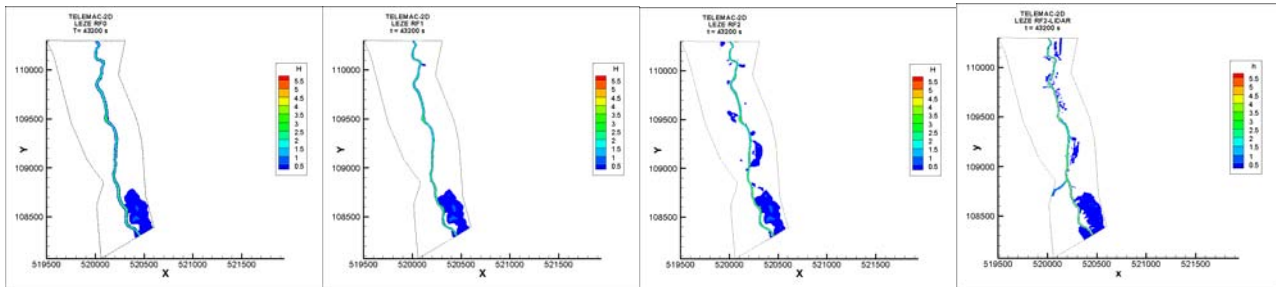


Figure 5-18 : Résultat TELEMAC 2D pour les maillages :

rf0 - rf1 - rf2 - rf2_LIDAR

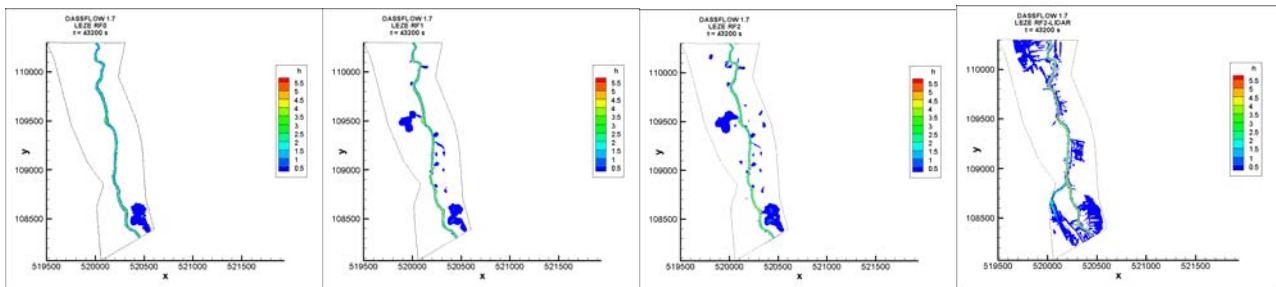


Figure 5-19 : Résultat DassFlow pour les maillages :

rf0 - rf1 - rf2 - rf2_LIDAR

A 12 heures la crue débute. Le processus de vidange du bassin versant continue à l'aval. A l'amont la répartition à l'entrée semble différente pour les deux codes, ce que l'on verra mieux au paragraphe suivant.

5.2.4 Comparaison Telemac 2D / DassFlow pour tous les maillages à 18h

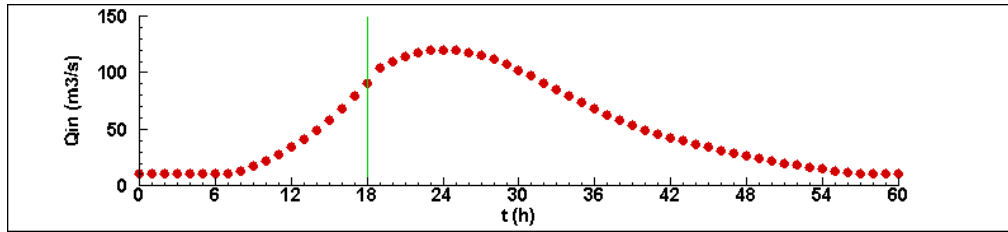


Figure 5-20 : Heure de comparaison

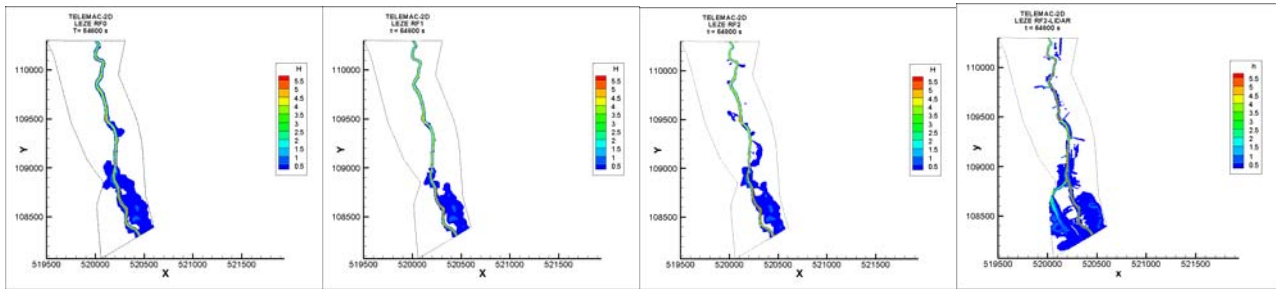


Figure 5-21 : Résultat TELEMAC 2D pour les maillages :

rf0 - rf1 - rf2 - rf2_LIDAR

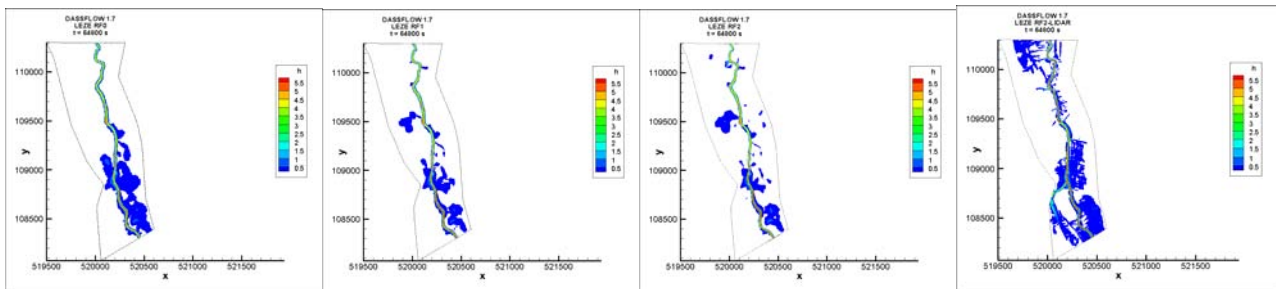


Figure 5-22 : Résultat DassFlow pour les maillages :

rf0 - rf1 - rf2 - rf2_LIDAR

A 18 heures le débit est déjà de l'ordre de $90 \text{ m}^3/\text{s}$. Sur les maillages rf0 l'intrusion est plus rapide à l'amont. On peut supposer que la faible résolution du maillage induit une forte diffusion numérique qui explique ceci. Par ailleurs on constate que le traitement de la condition à la limite amont différente dans les deux codes se traduit, en rive droite, par une zone d'inondation plus marquée avec TELEMAC 2D. Le débit en lit mineur est plus important dans DassFlow ce qui amènera des débordement différents latéraux plus à l'aval. L'apport du LIDAR amène une répartition plus symétrique (droite-gauche (!)) des débits à l'amont et moins de disparité entre les deux modèles à l'amont.

5.2.5 Comparaison Telemac 2D / DassFlow pour tous les maillages à 24h

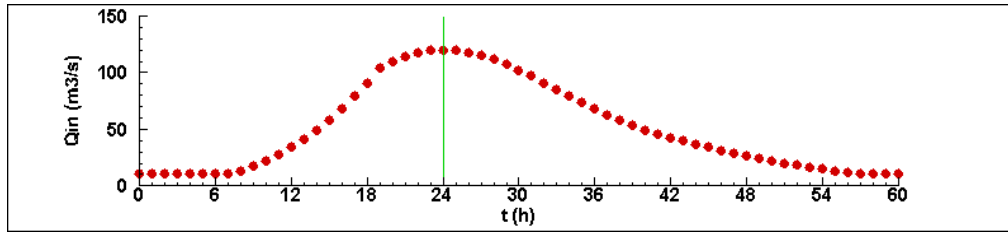


Figure 5-23 : Heure de comparaison

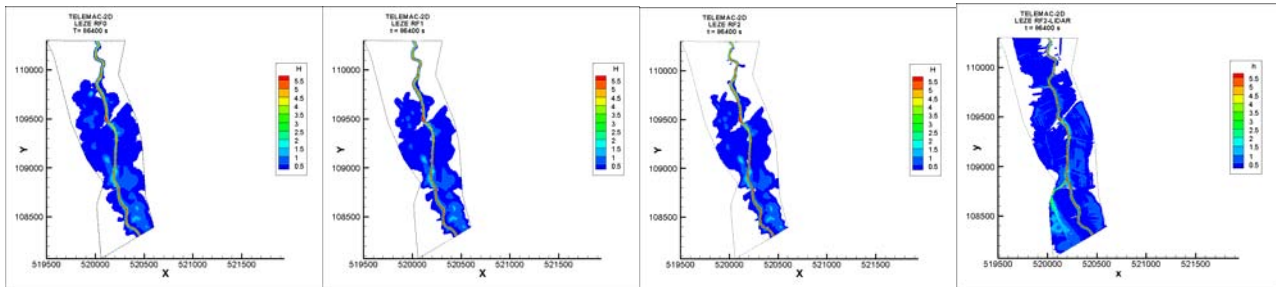


Figure 5-24 : Résultat TELEMAC 2D pour les maillages :

rf0 - rf1 - rf2 - rf2_LIDAR

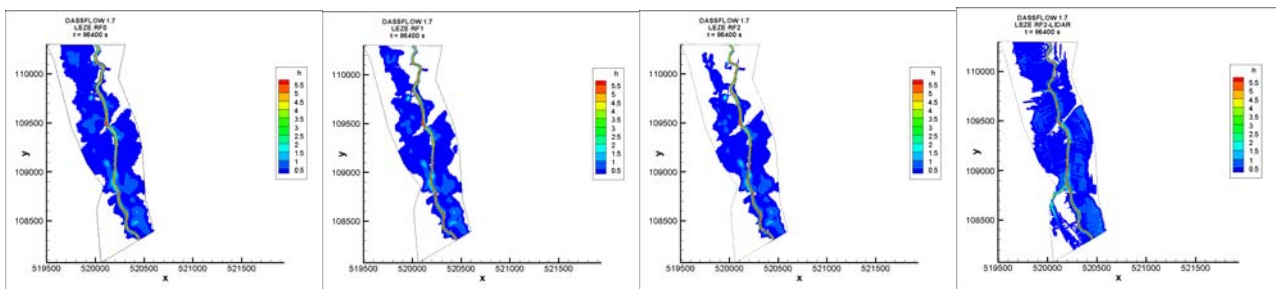


Figure 5-25 : Résultat DassFlow pour les maillages :

rf0 - rf1 - rf2 - rf2_LIDAR

A $t = 24$ h, nous sommes au paroxysme de la crue. « Que d'eau que d'eau », Mac Mahon, Toulouse, 1875. La configuration rf0 pour DassFlow montre ses limites, l'aspect diffusif prend le dessus pour la dynamique de propagation. Les résultats obtenus avec les configurations rf0, rf1, rf2 et TELEMAC 2D sont similaires, le schéma d'ordre 2 du code minimise cette diffusion et permet de travailler avec des maillages moins denses. Pour DassFlow l'effet de diffusion numérique diminue avec la densité du maillage. On remarque dans les cas rf1 et rf2 que l'écoulement en rive gauche à l'aval du pont de Lézat est plus important. Deux explications sont possibles, la diffusion numérique déjà citée, mais aussi la différence de répartition des débits à l'amont qui viennent impacter ce point de débordement. Le LIDAR de son côté permet une représentation fine des chemins de l'eau à petite échelle. Tous les petits fossés, sillons, etc... contribuent à la dynamique d'invasion ce qui explique la différence de surface inondée.

5.2.6 Comparaison Telemac 2D / DassFlow pour tous les maillages à 30h

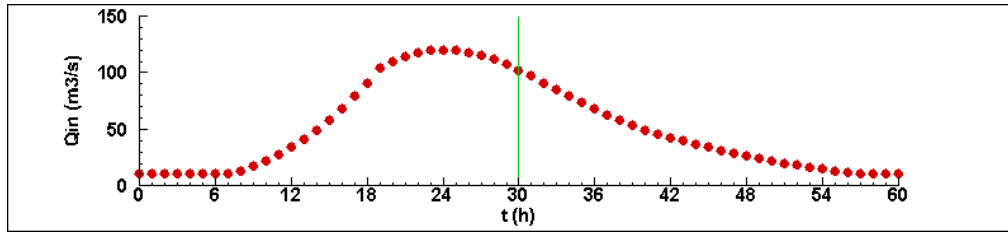


Figure 5-26 : Heure de comparaison

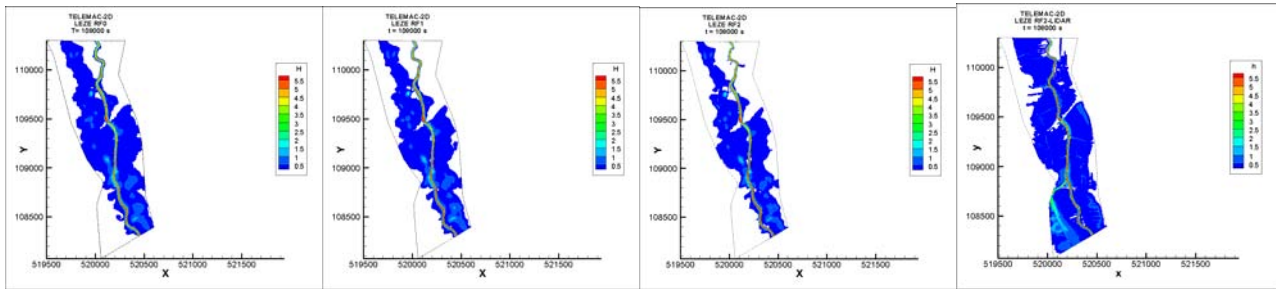


Figure 5-27 : Résultat TELEMAC 2D pour les maillages :

rf0 - rf1 - rf2 - rf2_LIDAR

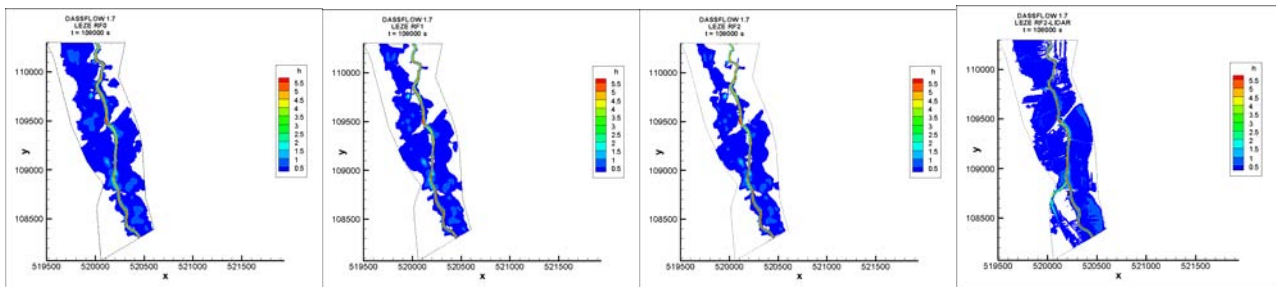


Figure 5-28 : Résultat DassFlow pour les maillages :

rf0 - rf1 - rf2 - rf2_LIDAR

A $t=30$ h, la décrue s'amorce à l'amont. les configurations rf1 et rf2 pour TELEMAC 2D et DassFlow sont tout à fait semblable. On note que la propagation en rive gauche (après le pont de Lézat) est maintenant obtenue pour TELEMAC. Ceci correspond à la différence du temps de propagation de l'onde de crue amont dans le lit mineur. La vidange du rf2-LIDAR n'est pas encore visible.

5.2.7 Comparaison Telemac 2D / DassFlow pour tous les maillages à 36h

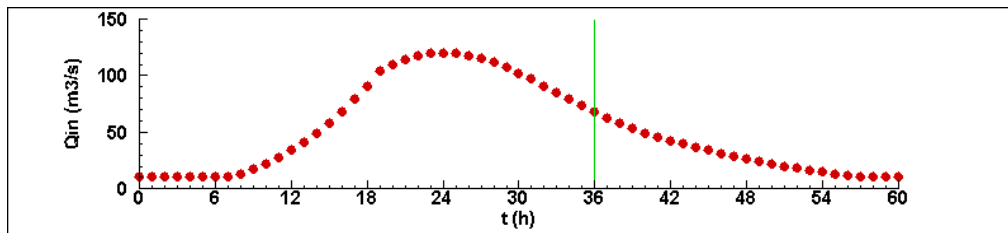


Figure 5-29 : Heure de comparaison

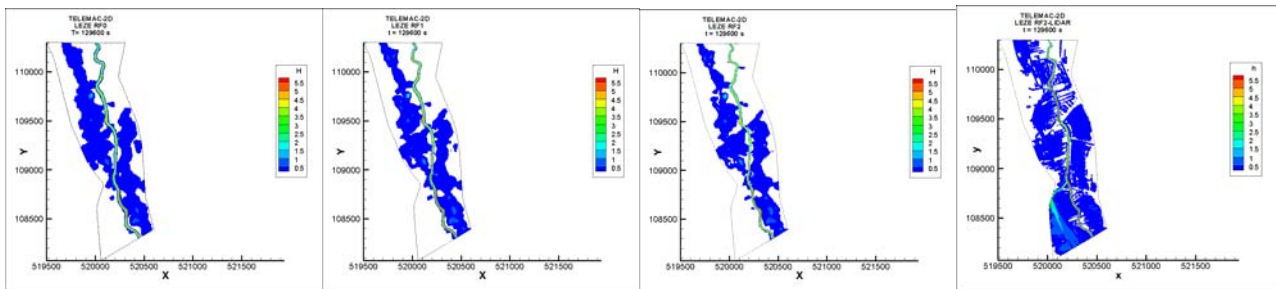


Figure 5-30 : Résultat TELEMAC 2D pour les maillages :

rf0 - rf1 - rf2 - rf2_LIDAR

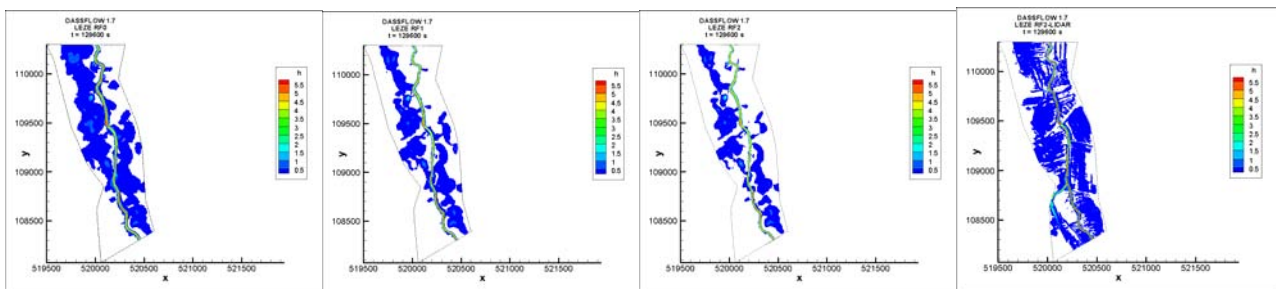


Figure 5-31 : Résultat DassFlow pour les maillages :

rf0 - rf1 - rf2 - rf2_LIDAR

Voir le paragraphe suivant.

5.2.8 Comparaison Telemac 2D / DassFlow pour tous les maillages à 42h

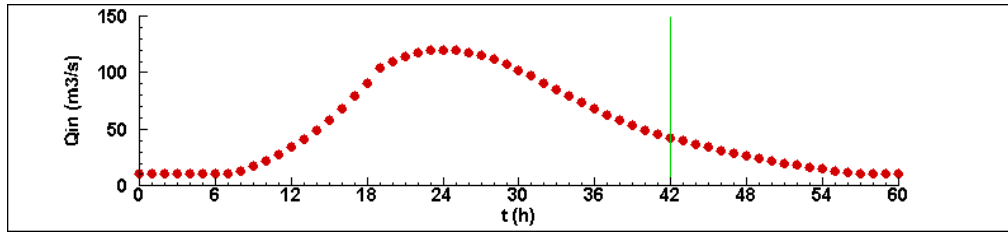


Figure 5-32 : Heure de comparaison

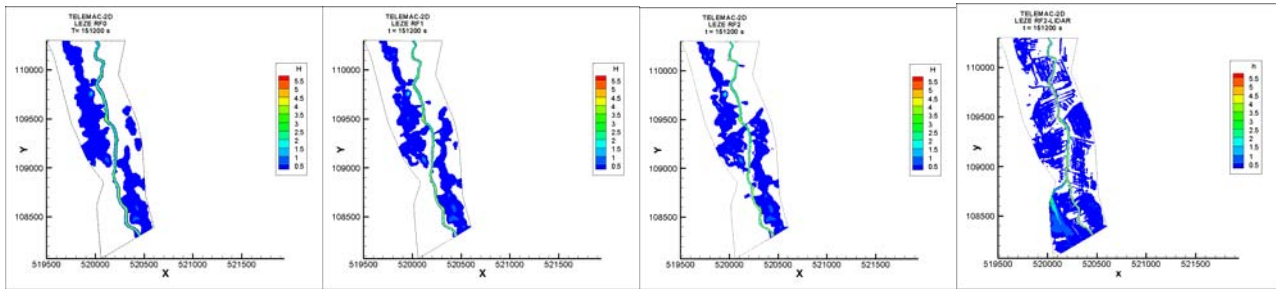


Figure 5-33 : Résultat TELEMAC 2D pour les maillages :

rf0 - rf1 - rf2 - rf2_LIDAR

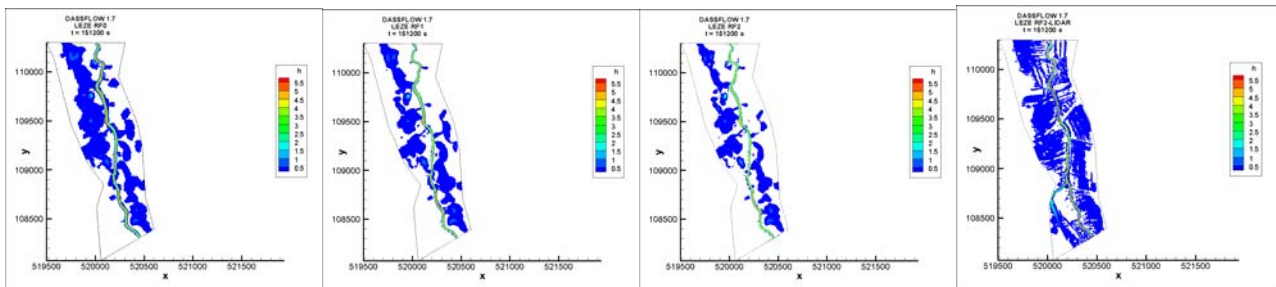


Figure 5-34 : Résultat DassFlow pour les maillages :

rf0 - rf1 - rf2 - rf2_LIDAR

A $t = 42$ h, la décrue est bien amorcée. Pour rf0, rf1, rf2 les comportements sont semblables. La seule différence observable est la discontinuité entre les taches d'inondations résiduelles. Le retour vers la rivière est influencé par la densité du maillage. La densité de topographie s'observe très bien sur les configurations LIDAR ou l'on voit apparaître les différentes échelles d'organisation du paysage.

5.2.9 Comparaison Telemac 2D / DassFlow pour tous les maillages à 48h

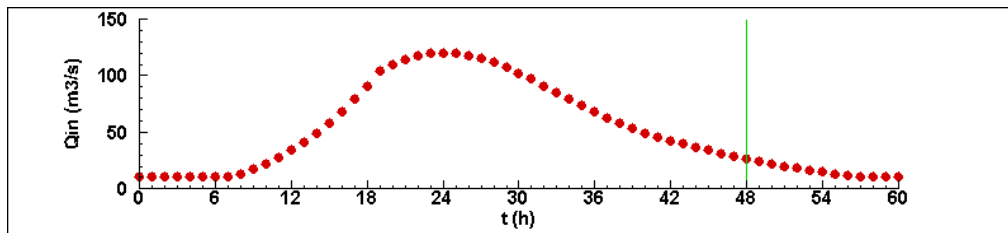


Figure 5-35 : Heure de comparaison

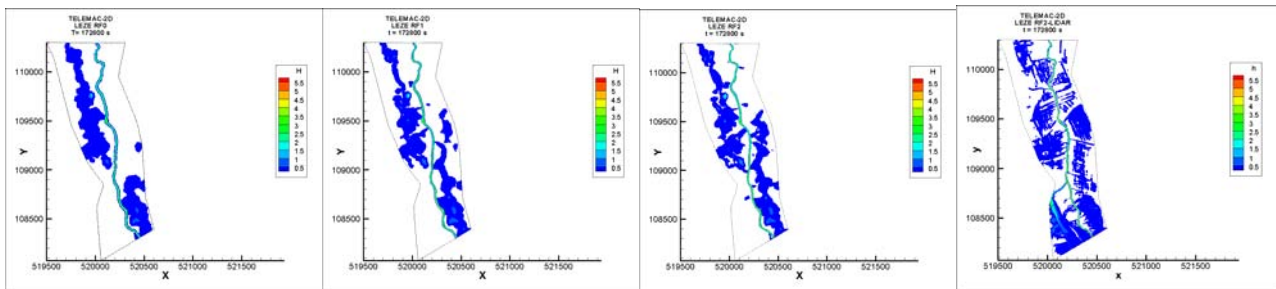


Figure 5-36 : Résultat TELEMAC 2D pour les maillages :

rf0 - rf1 - rf2 - rf2_LIDAR

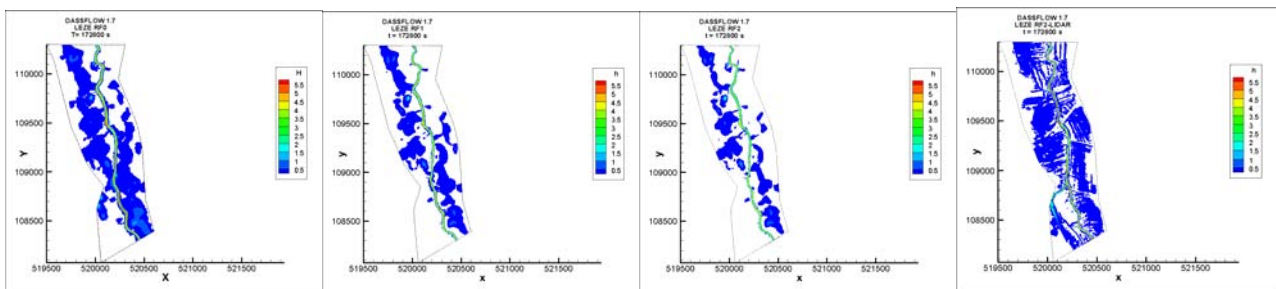


Figure 5-37 : Résultat DassFlow pour les maillages :

rf0 - rf1 - rf2 - rf2_LIDAR

Voir le paragraphe précédent.

5.2.10 Comparaison Telemac 2D / DassFlow pour tous les maillages à 54h

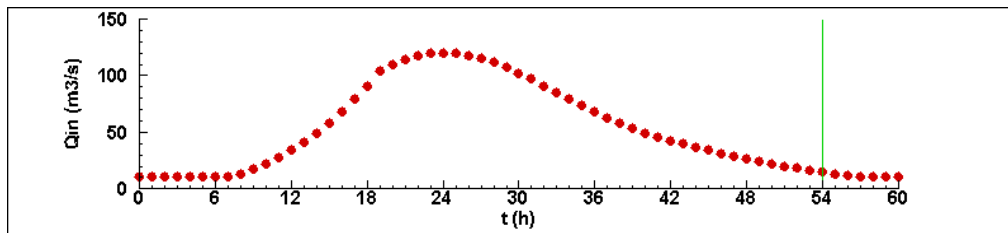


Figure 5-38 : Heure de comparaison

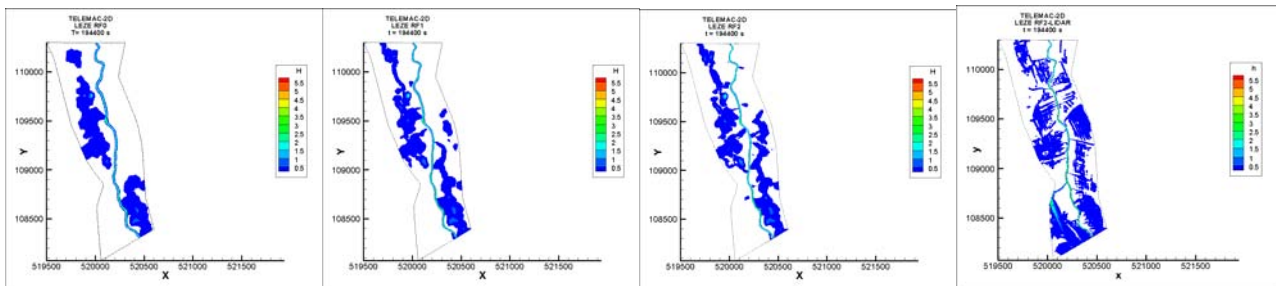


Figure 5-39 : Résultat TELEMAC 2D pour les maillages :

rf0 - rf1 - rf2 - rf2_LIDAR

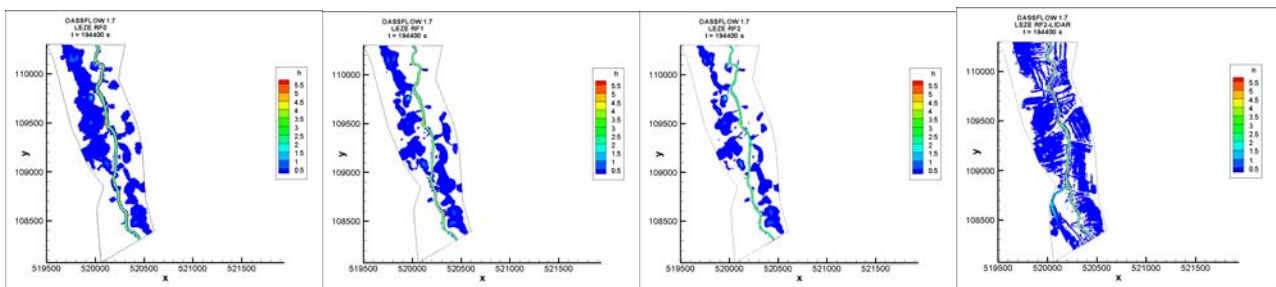


Figure 5-40 : Résultat DassFlow pour les maillages :

rf0 - rf1 - rf2 - rf2_LIDAR

A $t = 54$ h, la crue est terminée. On note que la vidange du bassin versant peut être lente et des zones de piégeages existent derrière les digues. A nouveau ces zones diffèrent avec la densité du maillage et la précision de la représentation du terrain. Les codes ont maintenant un comportement semblable.

5.3 Analyse globale de l'influence du maillage

La Figure 5-41 représente l'évolution temporelle des surfaces inondées. La surface inondée est définie par l'intégration de l'aire de l'ensemble des cellules couvertes par une hauteur d'eau d'au moins 1mm.

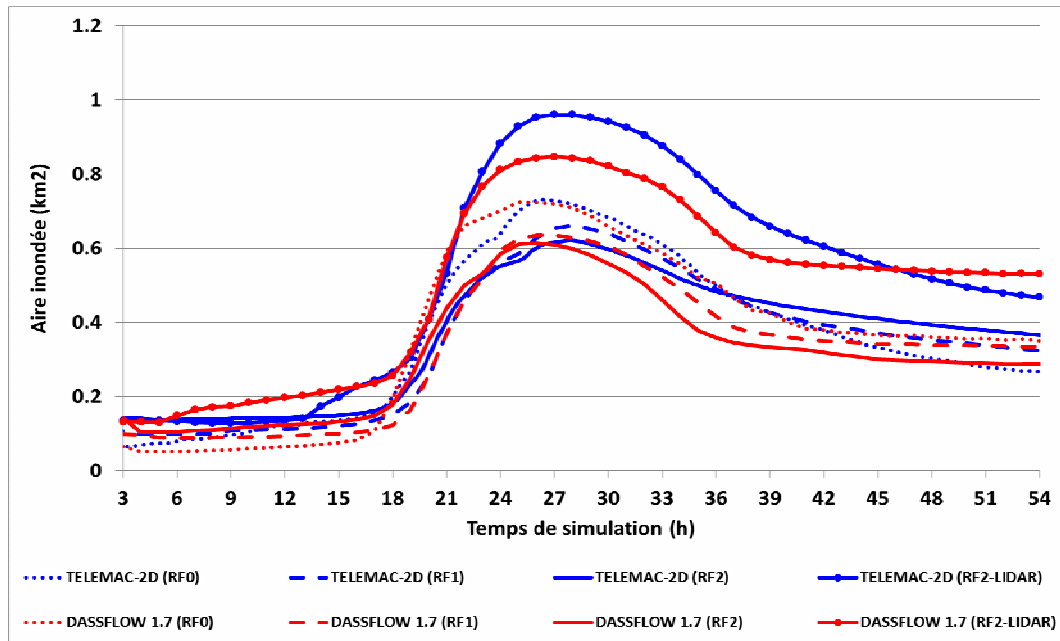


Figure 5-41 : Comparaison des surfaces inondées

Cette hauteur de 1mm fait que les modélisations LIDAR présentent une différence significative dans l'évolution de la surface inondée. Ces surfaces sont plus importantes et sont ici utilisées pour représenter la différence de dynamique que l'on peut observer numériquement. En pratique, des aires inondées différentes ne traduisent pas forcément des volumes d'eau différents. Les résultats auraient été différents pour une hauteur de 5cm par exemple, mais n'aurait pas pu permettre de mettre en évidence cette disparité.

A 10% près, les résultats des surfaces mouillées sont semblables pour les 6 modélisations restantes qui pourraient permettre de définir des « laisse de crues ». Mais on constate avec le travail précédent que la dynamique diffère sensiblement, aspect non négligeable pour la gestion d'une crue en temps réel. 6 heures d'écart peut être constaté à certains endroits.

On retrouve enfin une vitesse de vidange du bassin versant qui diffère d'un code à l'autre.

5.4 Analyse locale de l'influence du maillage

Les graphes précédents permettent d'avoir une vision globale aux mêmes instants de l'impact des configurations et du code utilisé. L'étude suivante reprend cette analyse sur différentes coupes et à certains instants pour essayer d'expliquer des différences de comportements observées et proposer une interprétation des différences relevées.

5.4.1 Sections d'analyse retenues

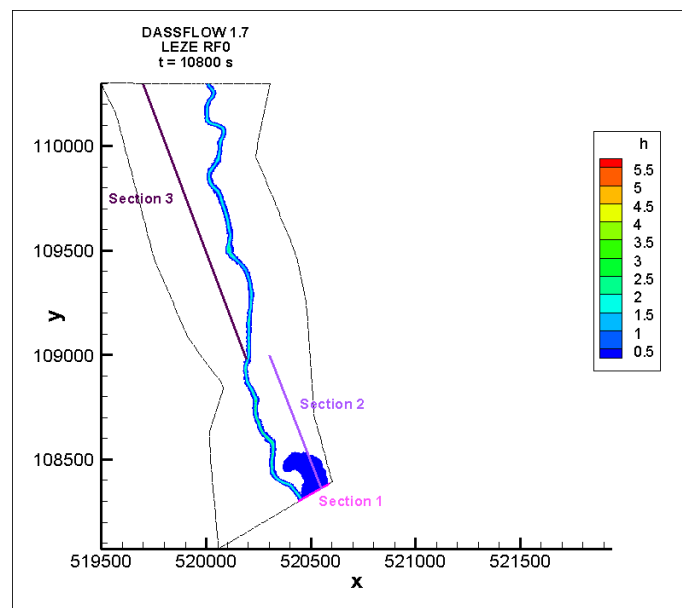


Figure 5-42 : Profils retenus

Afin de clarifier les différences majeures observées entre les deux modélisations (TELEMAC-2D et DASSFLOW), trois sections ont été retenues. La section transversale 1 permet d'étudier les différences au niveau de la condition limite amont, en rive droite, pouvant expliquer la propagation plus rapide de l'onde de crue en rive droite pour la modélisation DASSFLOW. La section longitudinale 2 permet de qualifier la cinétique de propagation en rive droite amont. Enfin la section longitudinale 3 permet de qualifier la dynamique d'invasion en rive gauche après franchissement d'une zone de points bas au niveau du remblai de la route qui traverse la Lèze par le pont de Lézat. La crue de 2000 a franchi ce point bas et a alimenté un écoulement dans un lit parallèle.

On note en premier lieu sur la Figure 5-43 que la haute résolution de rf2 montre que les topographie de TELEMAC 2D au noeuds des mailles et DassFlow au centre des mailles sont quasiment identique.

Par contre les profils de source IGN (bathy) et LIDAR (mkp) diffèrent notablement. La topographie LIDAR est évidemment plus détaillée mais, pour ce profil elle se situe presque systématiquement à 50cm environ au-dessus, caractéristique à prendre en compte pour comparer les résultats issus de ces deux sources. Ce profil LIDAR montre aussi des variations de hau-

teurs à plus haute fréquence correspondant à des fossés ou à des sillons perpendiculaires à cette coupe. Ces données peuvent expliquer des dynamiques d'invasion de crue différentes.

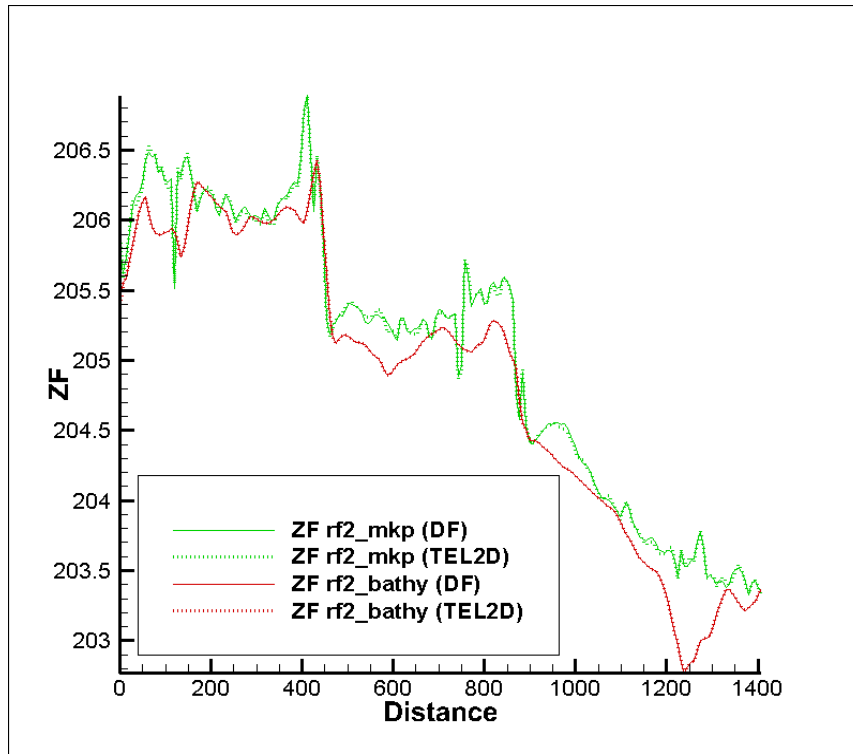


Figure 5-43 : Comparaison de la topographie sur la section3

5.4.2 Comparaison de l'initialisation de Telemac et Dassflow pour tous les maillages à 3h

Même si on ne présente pas ici tous les résultats pour tous les maillages : rf0 - rf1 - rf2 - rf2_LIDAR, l'exemple Figure 5-44 sur la section 1 montre que l'initialisation est bien réalisée.

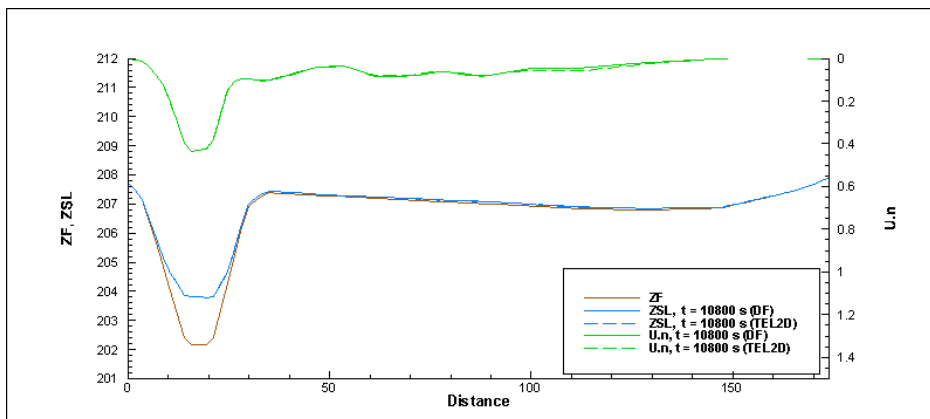


Figure 5-44 : Profils de vitesses et de hauteurs en section 1 pour rf0.

5.4.3 Comparaison Telemac/Dassflow pour la section 1 à t=4h

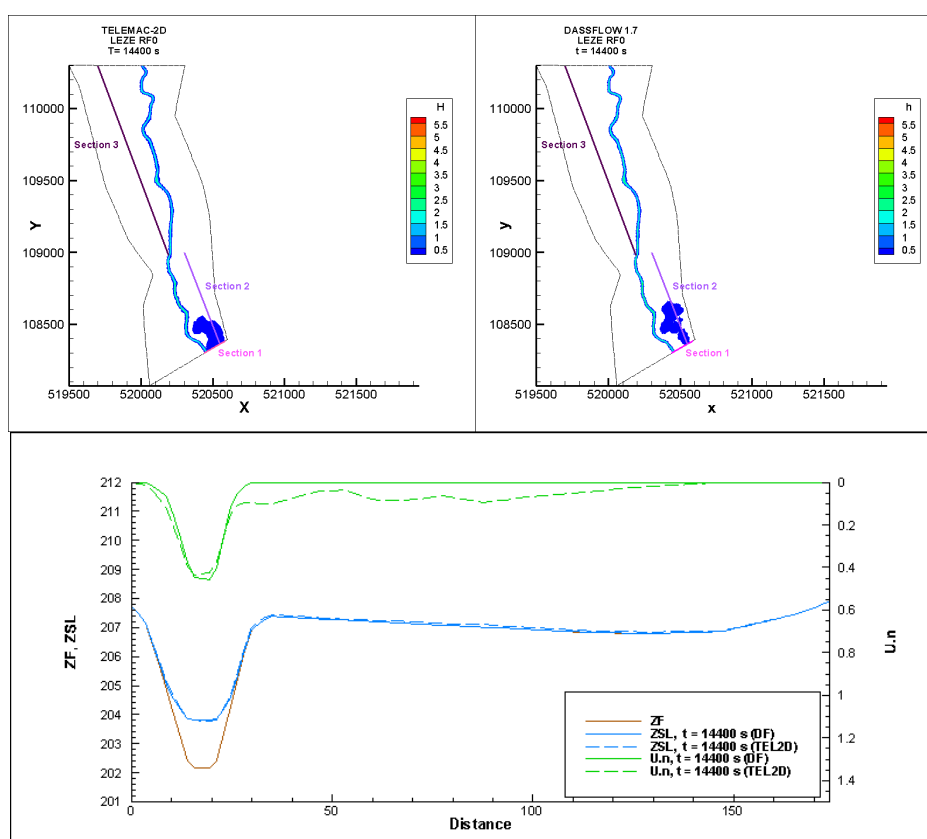


Figure 5-45 : Configuration rf0 : Cartes d'inondations et profils de vitesses et de hauteurs

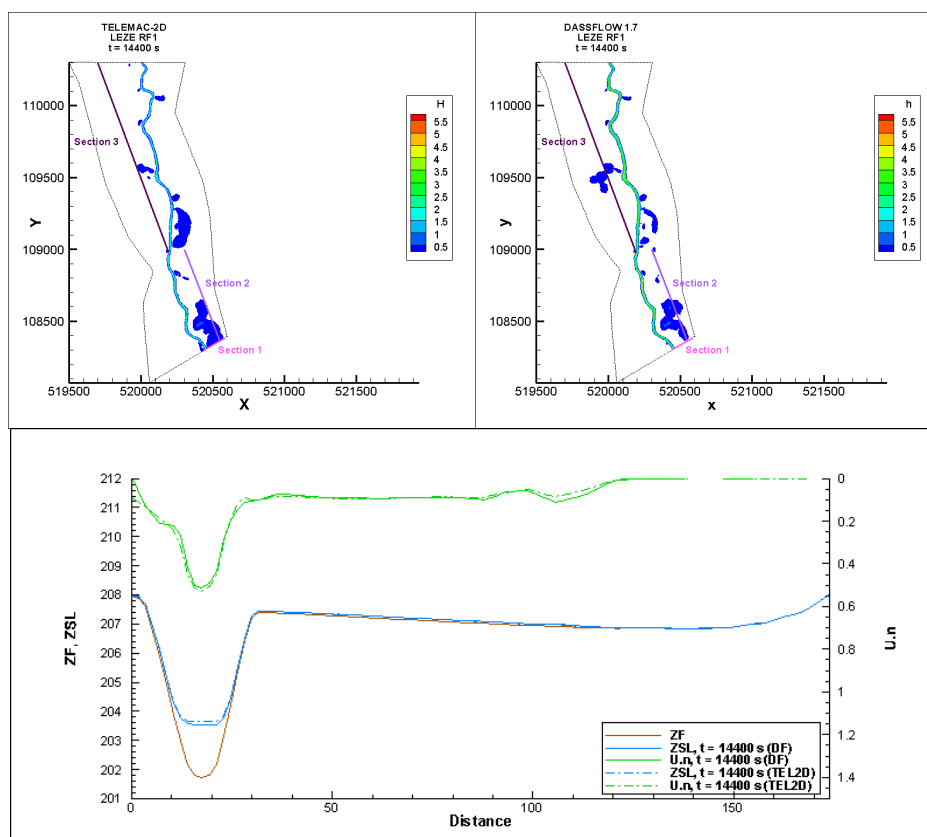


Figure 5-46 : Configuration rf1 : Cartes d'inondations et profils de vitesses et de hauteurs

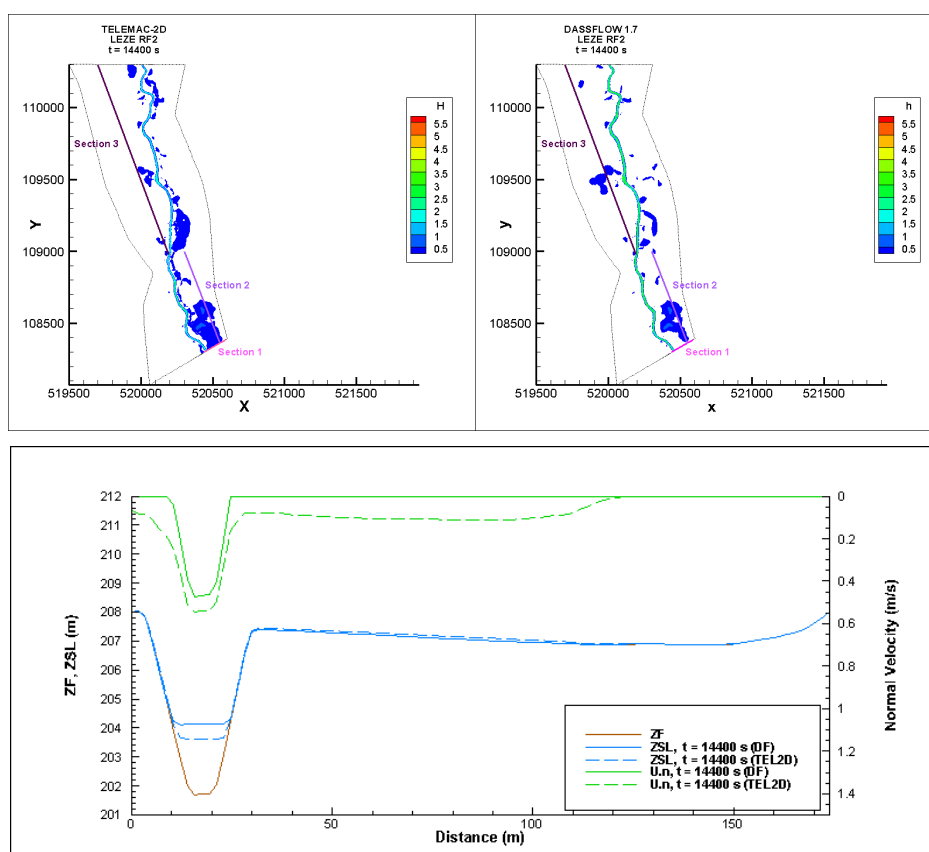


Figure 5-47 : Configuration rf2 : Cartes d'inondations et profils de vitesses et de hauteurs

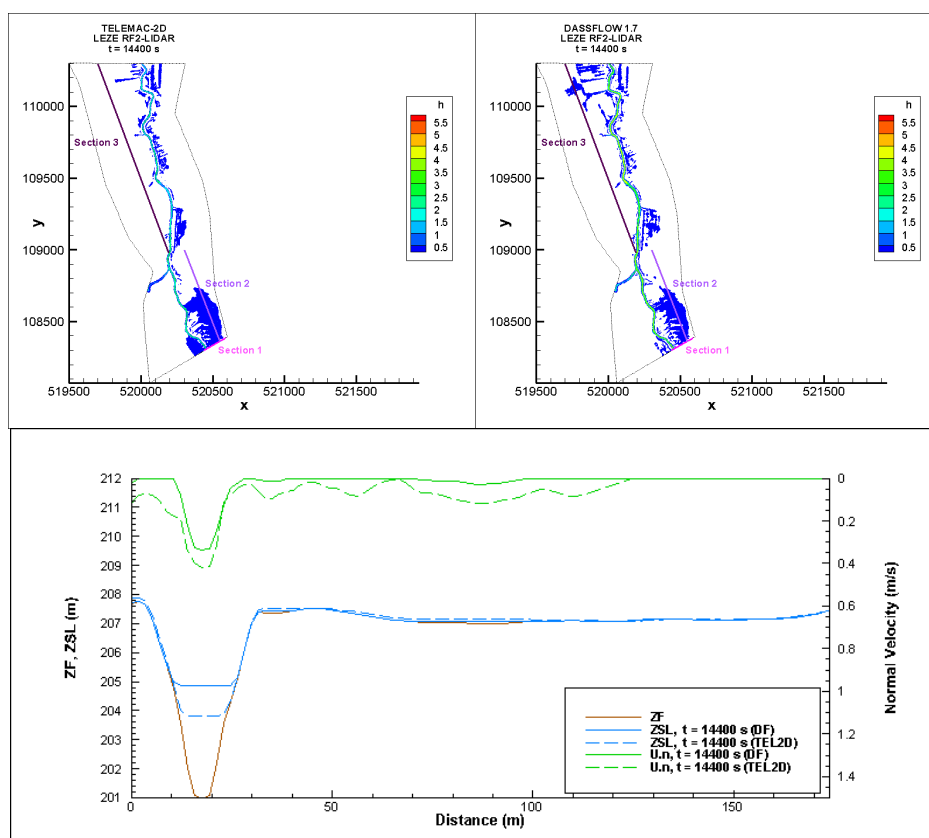


Figure 5-48 : Configuration rf2-LIDAR: Cartes d'inondations et profils de vitesses et de hauteurs

Sur les quatre figures précédentes les cartes d'inondations et les profils de vitesses et de hauteurs sont représentés. Les abscisses des profils croissent de la rive gauche vers la rive droite. Le zéro est sur la berge de la Lèze, en rive gauche.

Avec TELEMAC 2D, ou DassFlow le débit entrant est réparti avec des vitesses proportionnelles à $h^{1/2}$ ce qui assure des vitesses plus importantes dans le lit mineur des rivières. On s'aperçoit ici que les algorithmes propres prenant en compte les zones de débordement (rive droite ici) conduisent à des différences pour une même configuration. On voit la grande difficulté qu'il y a à traiter rigoureusement une condition à la limite amont débordante, sur plusieurs zones et son impact sur la suite des simulations des processus d'inondations.

Malheureusement, une condition au limite amont doit être fixée... et on ne peut pas toujours la choisir pour qu'elle corresponde à une zone hydrauliquement simple à traiter. C'est un des objets de ce travail de montrer cette sensibilité.

On peut noter que dans tous les cas les hauteurs d'eau sont très faibles, mais pas nulles, sur le lit majeur en rive droite alors que nous ne sommes pas encore débordant dans le lit mineur. Ceci provient de l'artefact combinant la condition initiale qui avait imposé un peu d'eau en bordure de lit mineur et le traitement automatique de la condition au limite cherchant à créer un débit entrant dans le domaine, là où l'eau est présente. Un traitement particulier pourrait être suggéré, mais son application dans tout le reste du domaine ne serait pas généralisable. En fait les débits concernés sont très faibles et ces résultats sont en général masqués en mettant un seuil graphique ou numérique ramenant la hauteur et vitesse à zéro lorsque l'on est inférieur à celui-ci. Ce n'est pas le parti que nous avons pris de le cadre de ce document.

Pour ce qui du lit mineur, les résultats en terme de hauteur ou de vitesse sont similaires pour les configurations rf0 et rf1. Pour les configurations rf2 ou rf2-LIDAR, une différence de hauteur d'eau apparaît qui est compensée par une différence de vitesse pour assurer le débit.

5.4.4 Comparaison Telemac/Dassflow pour la section 2 à t=18h et 19h

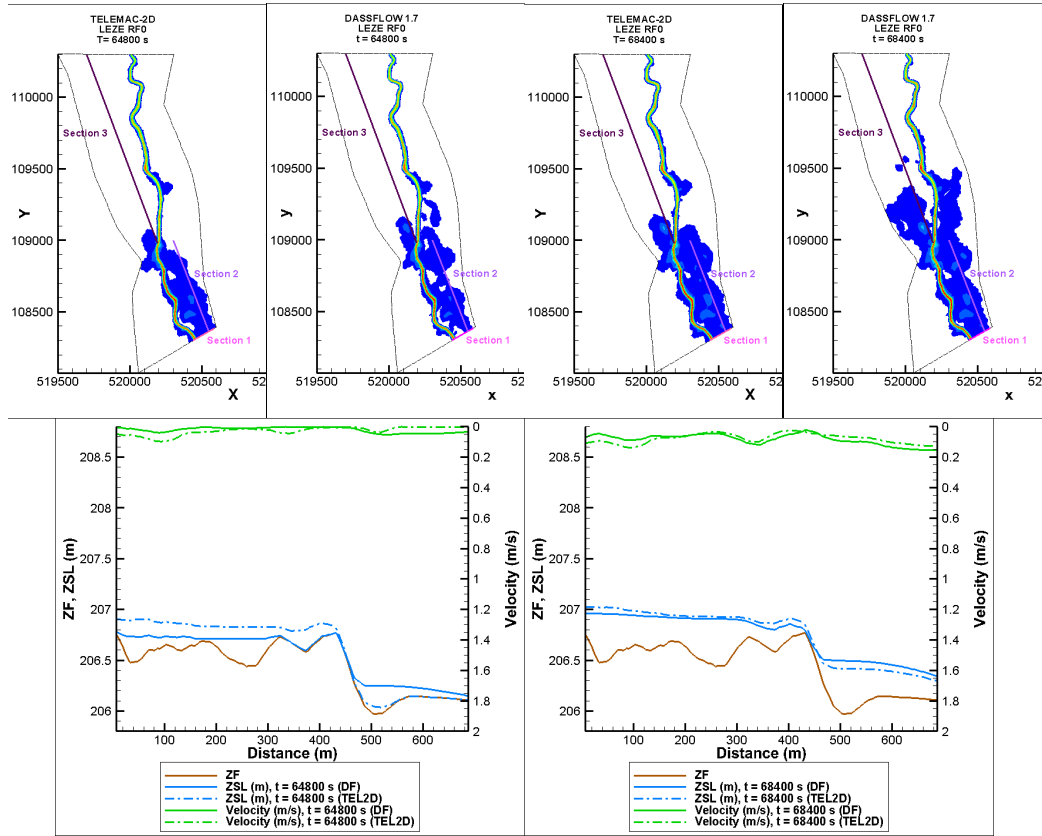


Figure 5-49 : Configuration rf0 : Cartes d'inondations et profils de vitesses et de hauteurs

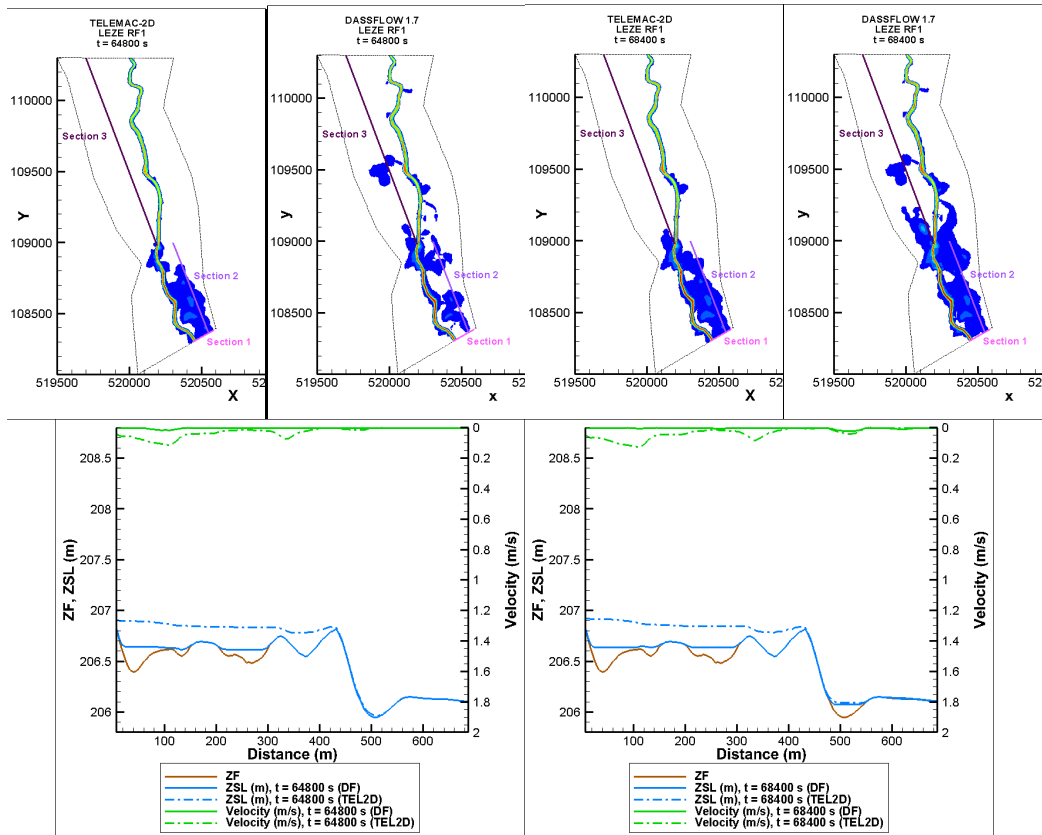


Figure 5-50 : Configuration rf1 : Cartes d'inondations et profils de vitesses et de hauteurs

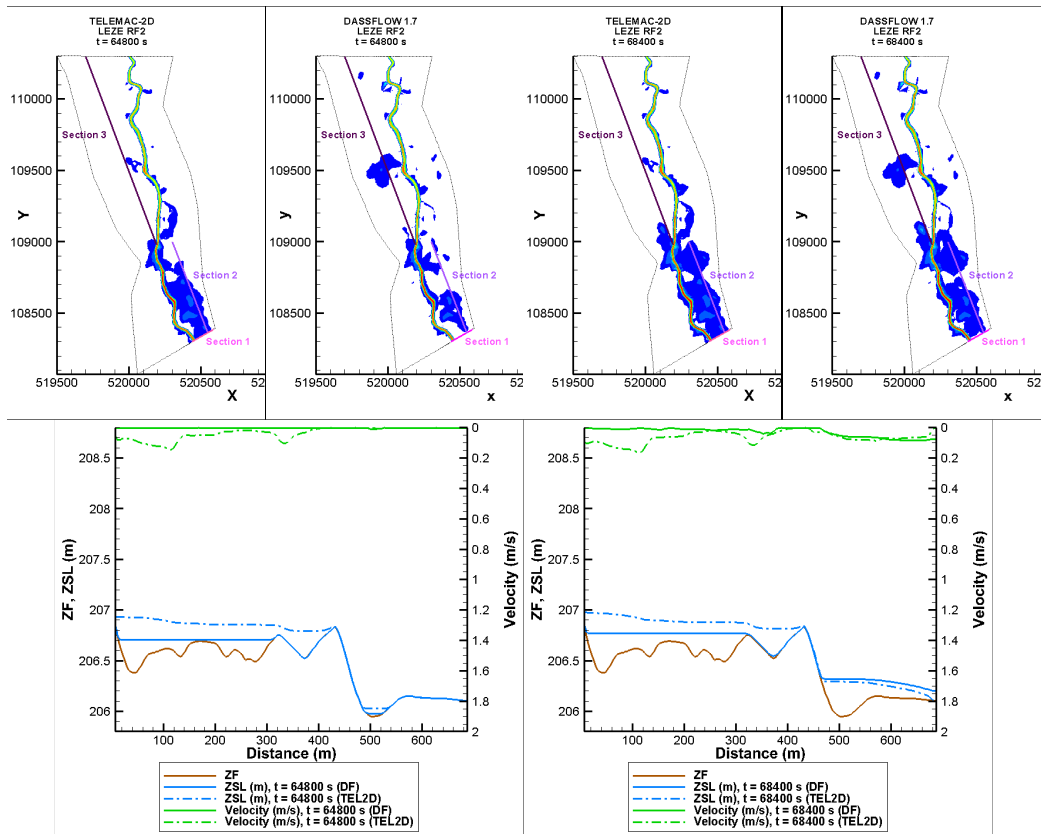


Figure 5-51 : Configuration rf2 : Cartes d'inondations et profils de vitesses et de hauteurs

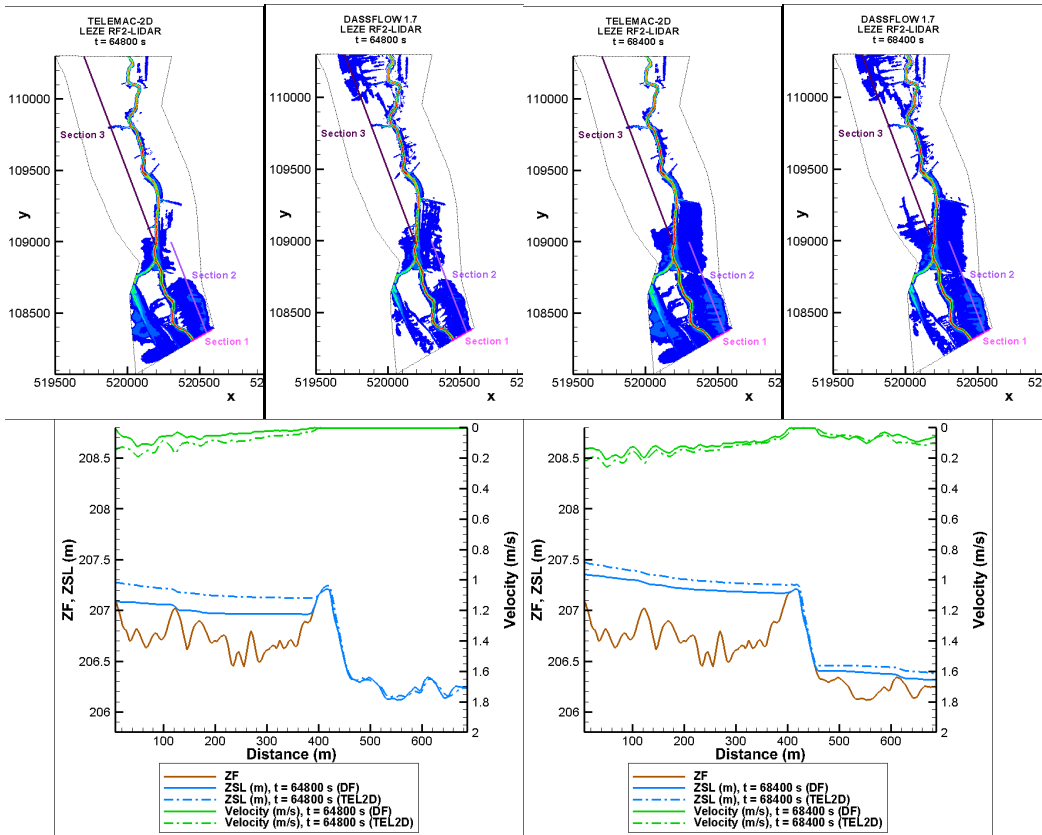


Figure 5-52 : Configuration rf2-LIDAR : Cartes d'inondations et profils de vitesses et de hauteurs

Sur les quatre figures précédentes les cartes d'inondations et les profils de vitesses et de hauteurs sont représentés pour deux heures consécutives. Les abscisses des profils croissent de l'amont vers l'aval. Le zéro est sur la frontière amont en rive droite.

Pour toutes les simulations entre l'entrée et l'abscisse 420m qui correspond à un décrochement de bathymétrie de 1m, le domaine est recouvert d'eau. On s'aperçoit que à l'instant 18h TELEMAC 2D propose un écoulement longitudinale en rive droite alors que la vitesse est pratiquement nulle pour DassFlow. Ceci implique que le débit dans le lit mineur est plus important avec DassFlow et donc que la dynamique de la crue sur cette section mais aussi sur des sections plus à l'aval.

Pour la configuration rf0 à 19h, la diffusion numérique de DassFlow amène un équilibre des débits en lit mineur et lit majeur et conduit à des profils de vitesse et de hauteur similaires.

Pour ce qui est des configurations rf1 et rf2, la densité du maillage limite cette diffusion. Avec DassFlow le débit passe majoritairement dans le lit mineur. La condition au limite de TELEMAC 2D impose de son coté un débit dans le lit majeur. L'eau présente sur le domaine avec DassFlow provient d'un remplissage par l'aval que l'on distingue facilement sur les figures présentées.

La configuration rf2-LIDAR nous montre que à 18h cette zone est débitante avec TELEMAC 2D et que à 19h les deux codes proposent la même résolution du problème.

Après l'abscisse 420m, sans débordement au-dessus de la singularité de terrain, la présence ou l'absence d'eau est conditionnée par un remplissage par latéral que nous ne commenterons pas ici.

5.4.5 Comparaison Telemac/Dassflow pour la section 3 à t=20h et 22h

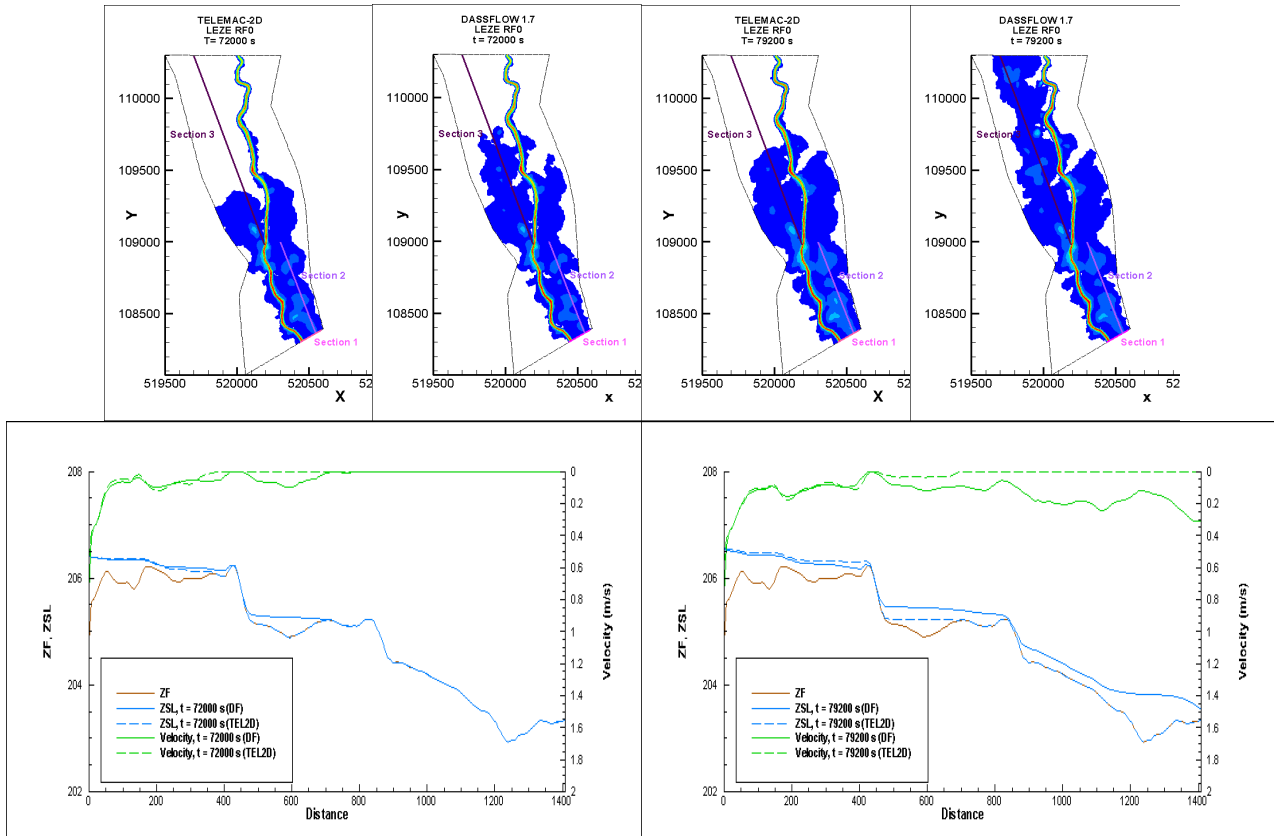


Figure 5-53 : Configuration rf0 : Cartes d'inondations et profils de vitesses et de hauteurs

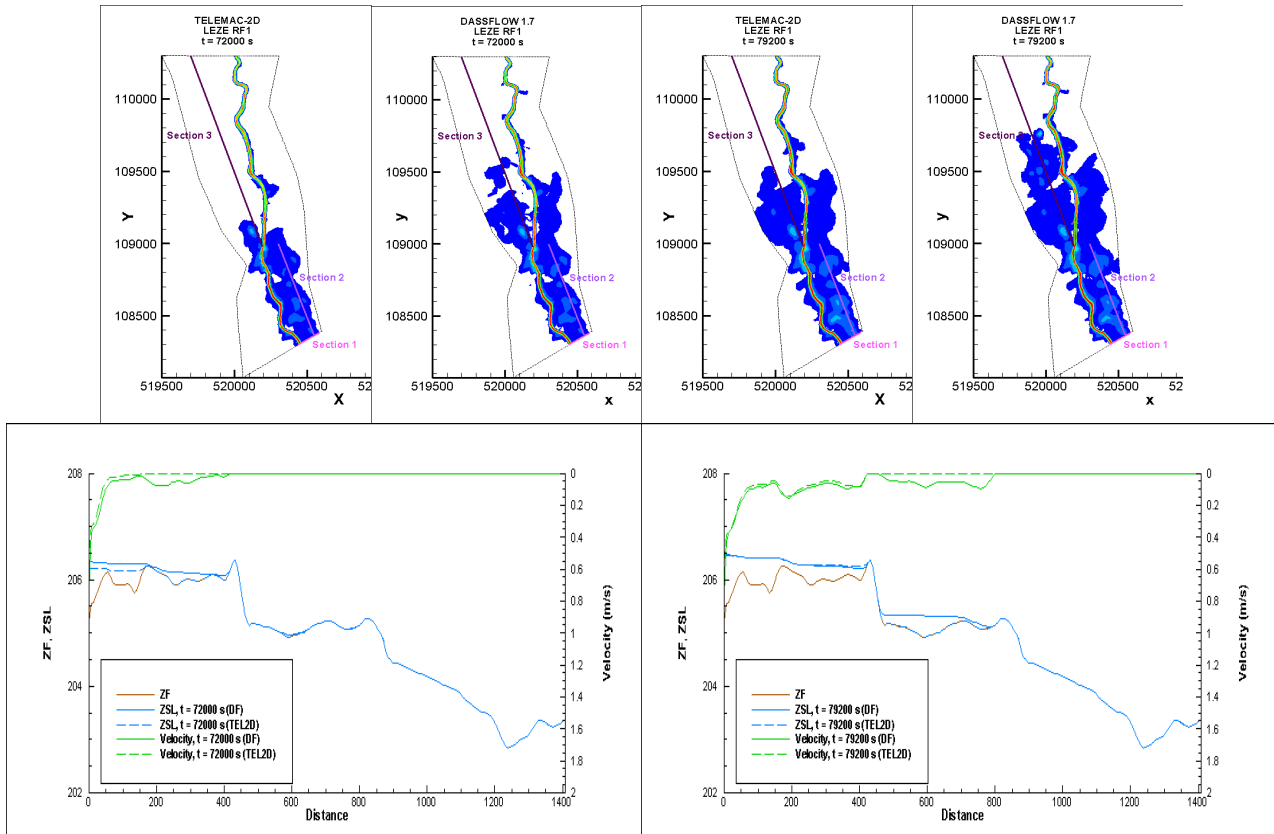


Figure 5-54 : Configuration rf1 : Cartes d'inondations et profils de vitesses et de hauteurs

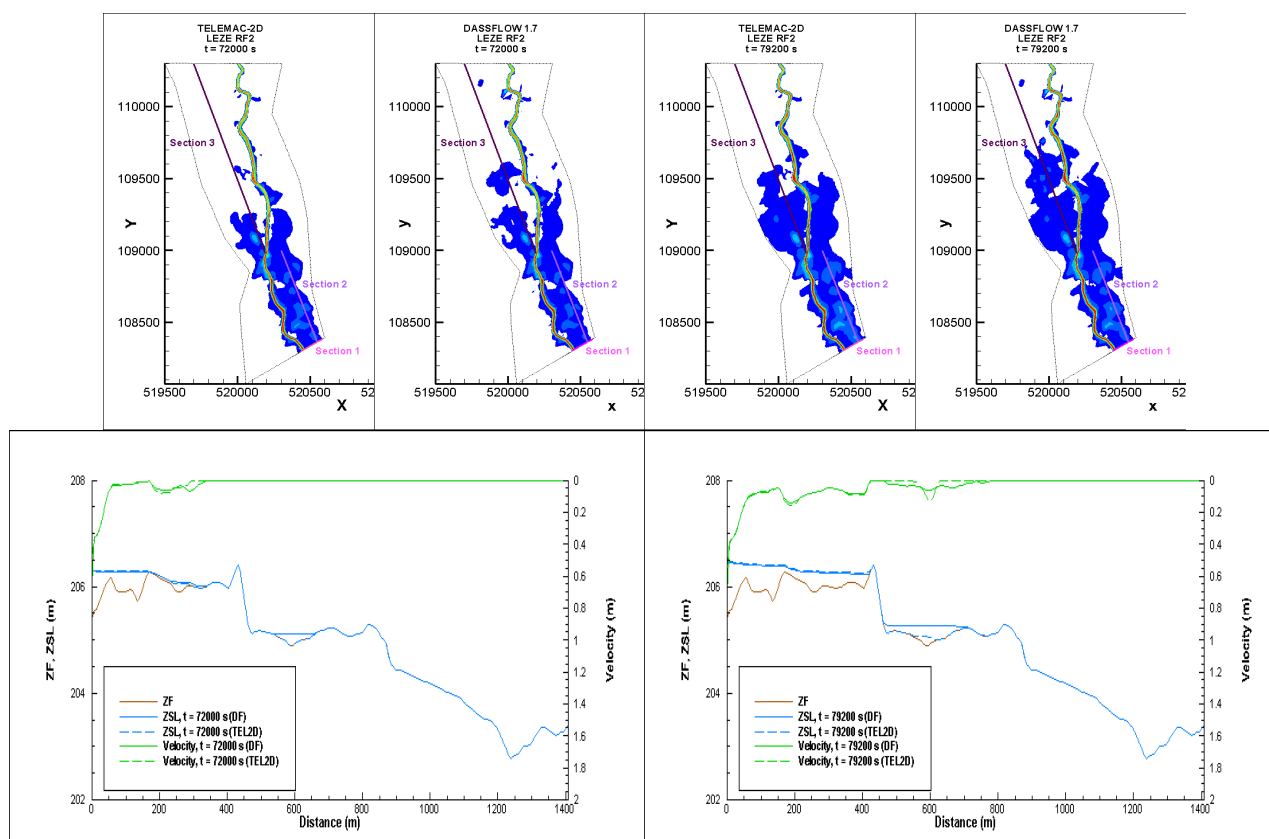


Figure 5-55 : Configuration *rf2* : Cartes d'inondations et profils de vitesses et de hauteurs

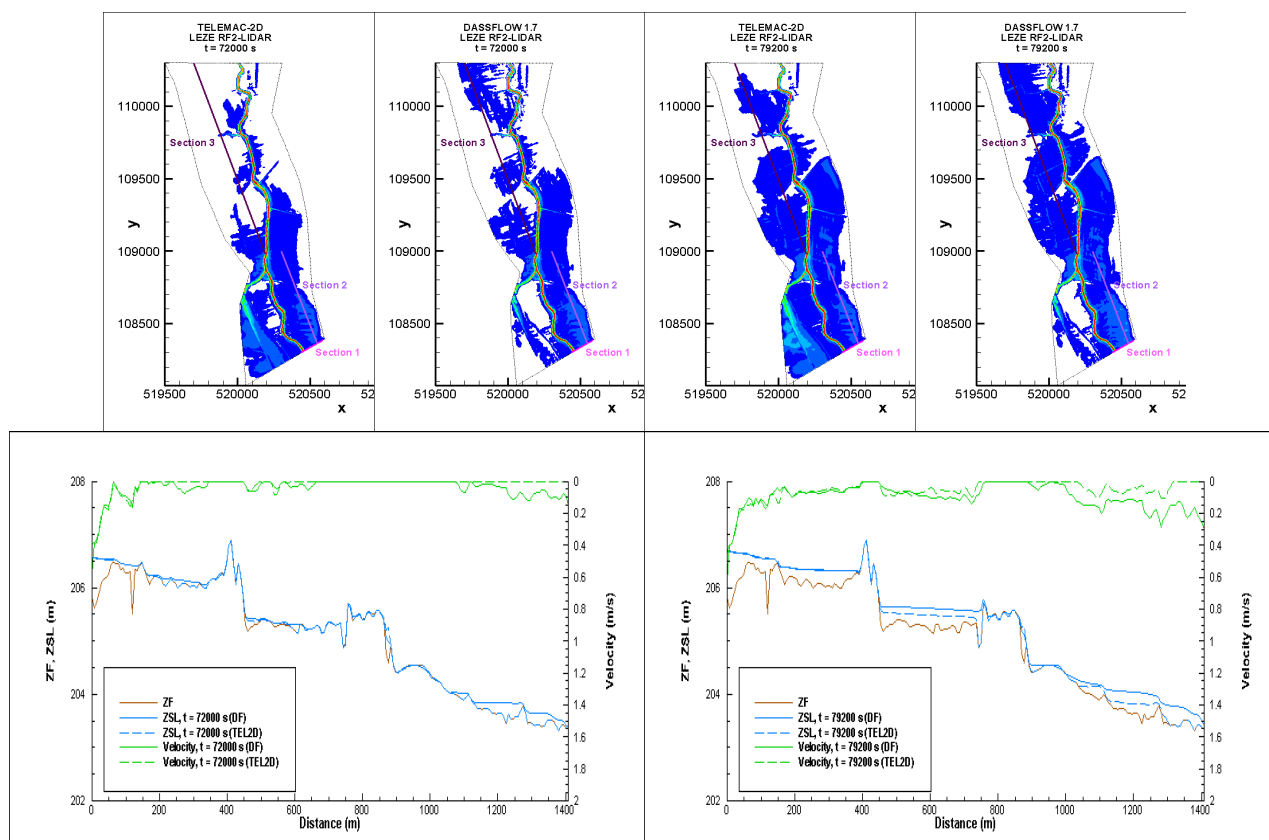


Figure 5-56 : Configuration *rf2-LIDAR* : Cartes d'inondations et profils de vitesses et de hauteurs

Sur les quatre figures précédentes les cartes d'inondations et les profils de vitesses et de hauteurs sont représentés pour deux heures consécutives. Les abscisses des profils croissent de l'amont vers l'aval. Le zéro est à proximité du point bas du remblais du pont de Lézat, passage préférentiel de la crue en rive gauche.

Nous avons noté précédemment que le débit dans le lit mineur était plus important pour Dass-Flow que pour TELEMAC 2D. Pour toutes les configurations ce débit plus important se traduit par une inondation de la rive gauche plus précoce.

La dynamique d'invasion dépend alors de la précision du schéma numérique et de la densité du maillage. On retrouve que plus le maillage est dense et moins la diffusion est importante, donc une progression plus lente du front d'invasion. De même, plus le schéma est précis, plus le front avance lentement.

La configuration LIDAR met dans ce cas en évidence la dynamique d'invasion par des sillons transversaux à l'écoulement. On peut noter que les deux codes fournissent dans ce cas des résultats assez similaires.

5.5 Etude de sensibilité au Manning avec DassFlow dans le cadre des expériences jumelles

5.5.1 Description de la méthode

Cette étude de sensibilité au Manning n et à la bathymétrie avec Dassflow est effectuée sur des observations théoriques. L'hydrogramme amont est toujours le même :

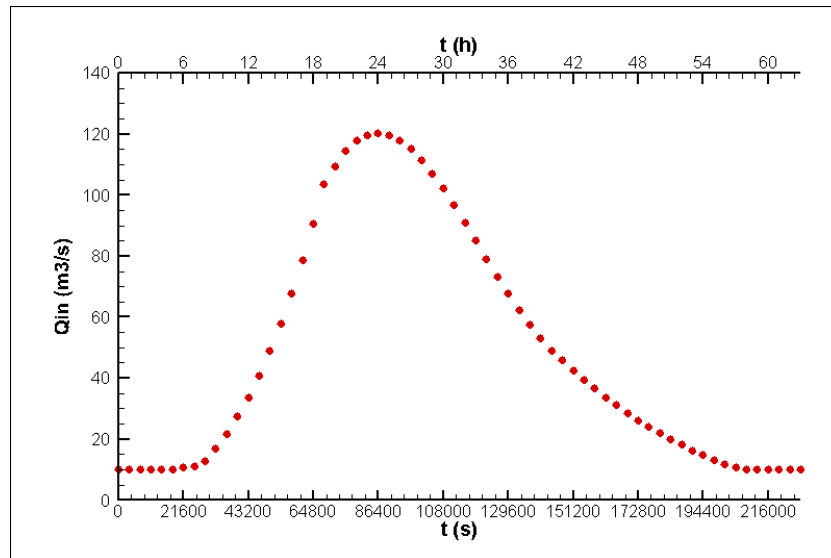


Figure 5-57 : Hydrogramme utilisé

Les observations utilisées sont obtenues à partir du modèle direct puis bruitées pour être capable de produire une analyse de sensibilité. Dans le cadre de ce travail nous utiliserons plusieurs points de mesures, combinés ou non, afin de comprendre l'influence sur la distribution de la variable étudiée de ces observations.

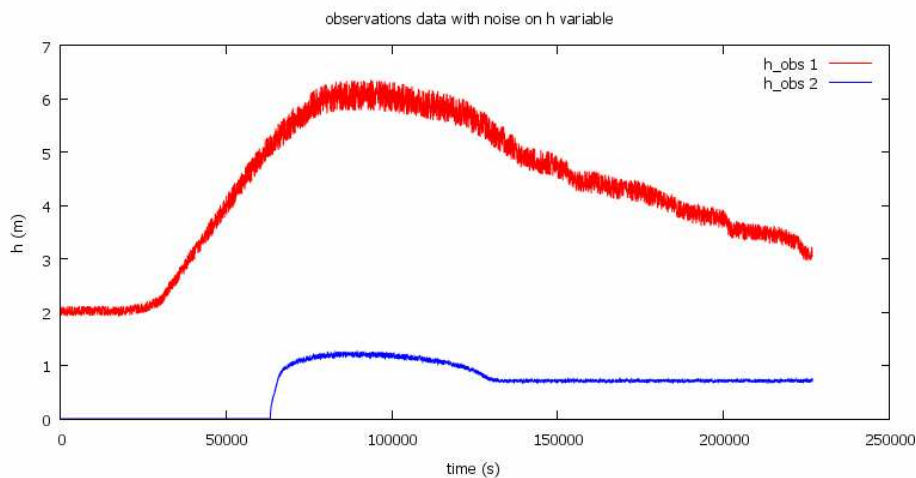


Figure 5-58 : Exemple d'observations bruitées sur la hauteur d'eau dans le lit mineur (bleu) et majeur (rouge)

Trois points sont choisis :

- un en amont du pont de Lézat dans le lit mineur : station 1
- un à l'aval du pont de Lézat dans le lit mineur : station 2
- le dernier en amont du pont de Lézat dans le lit majeur : station 3

Ces points sont choisis pour étudier leur importance relative.

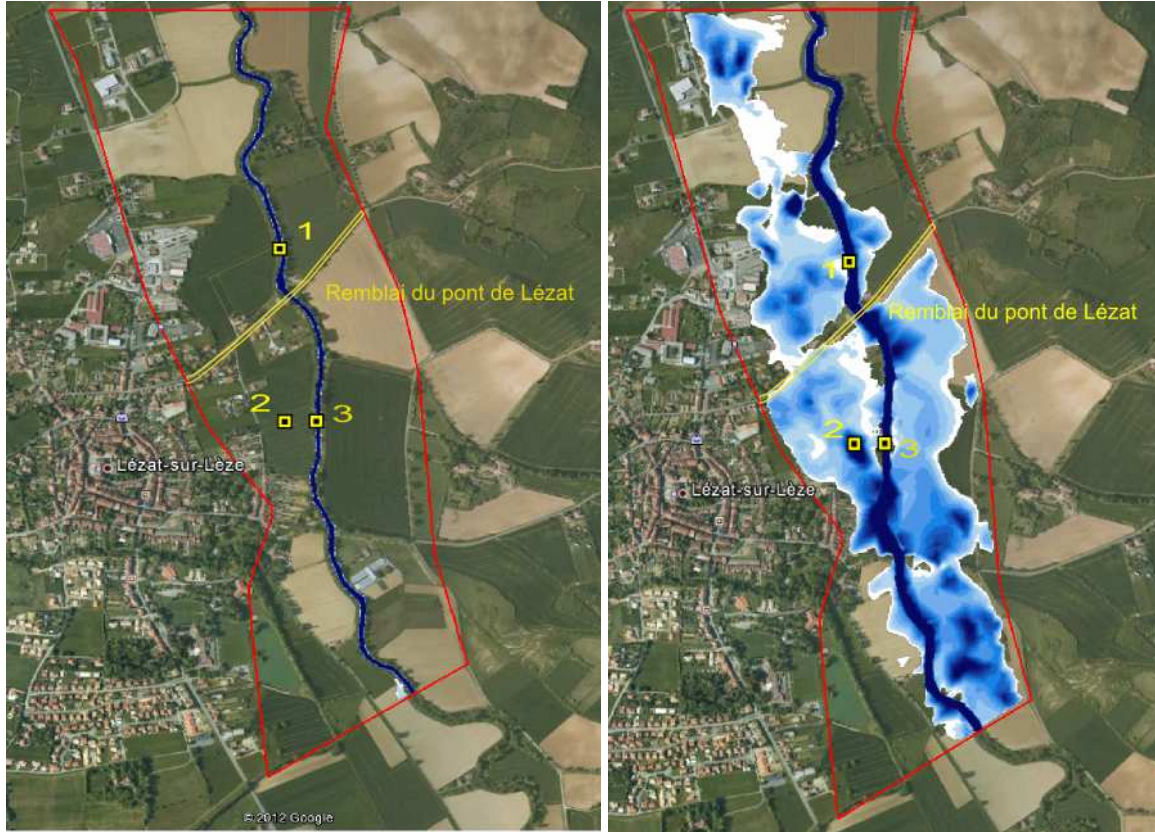


Figure 5-59 : Localisation des 3 observations à Lézat hors d'eau et en crue.

La fonction coût J est intégrée sur tout le domaine contrairement au chapitre précédent :

$$J = \int_0^T (Ch - h_{\text{obs}})^2 dt \approx \sum_{i=1}^{n_{\text{obs}}} \left(C(h, t_{\text{obs}}^i) - h_{\text{obs}}^i \right)^2$$
. L'opérateur C permet d'interpoler h aux temps des observations.

Dans les simulations suivantes, on considère la courbe de tarage Figure 5-1058 en condition de sortie.

5.5.2 Cartes de sensibilité temporelle au Manning et à la bathymétrie

Ici, on regarde l'évolution de la sensibilité de la fonction coût aux variables de contrôle au cours du temps. Les résultats sont normalisés. On représente donc la variable : $\left| \frac{\partial J_T^{T+\Delta T}}{\partial k_i} \times \frac{k_i}{J} \right|$

avec : $J_T^{T+\Delta T} = \int_T^{T+\Delta T} (Ch - h_{\text{obs}})^2 dt \approx \sum_{i=n_1}^{n_2} \left(C(h, t_{\text{obs}}^i) - h_{\text{obs}}^i \right)^2$

Ceci a pour but de mettre en évidence à quels instants de la crue et sur quelles parties du domaine le Manning ou la bathymétrie influe au cours de la crue.

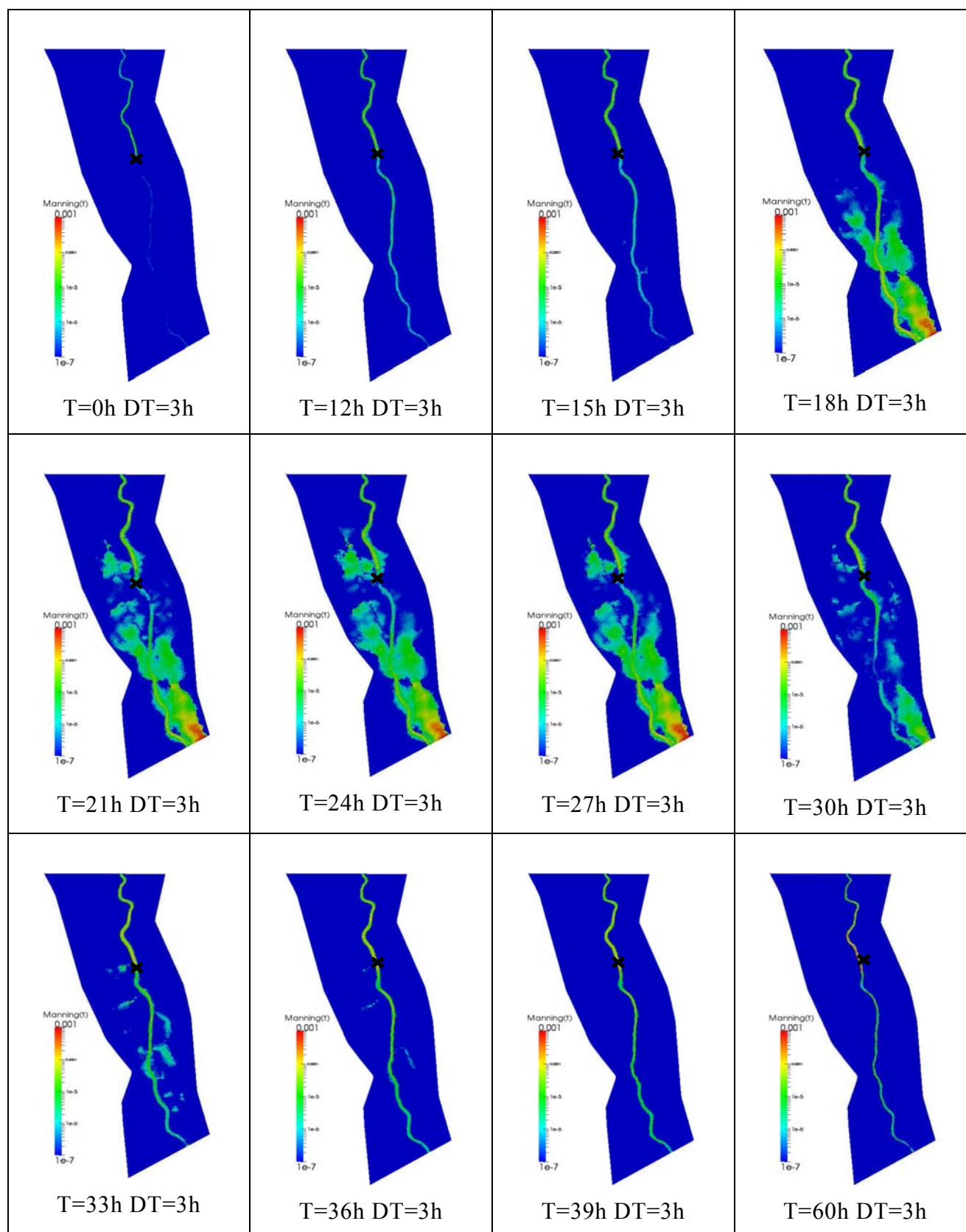


Figure 5-60 : Evolution temporelle de la sensibilité au Manning sur la station 1

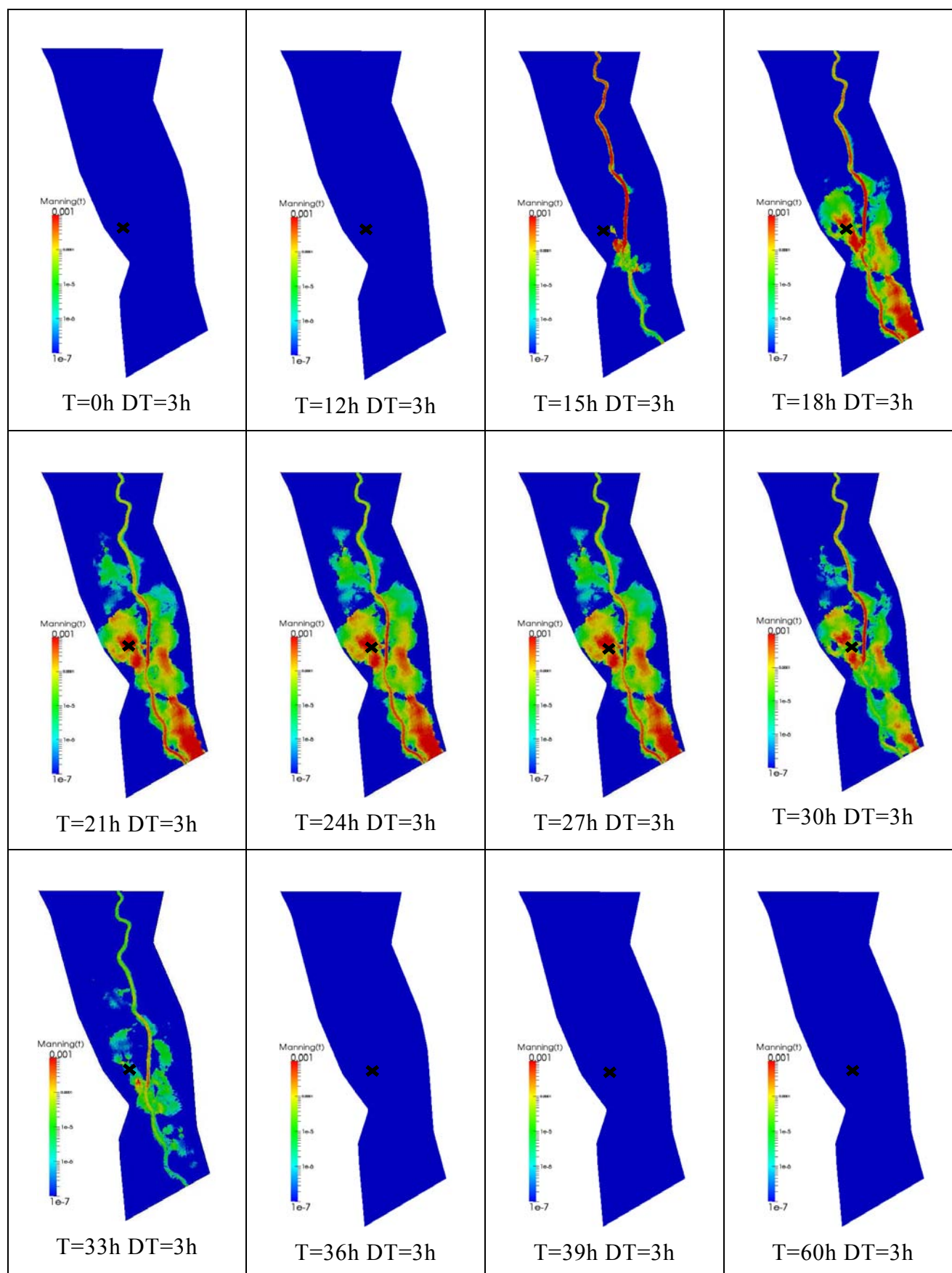


Figure 5-61 : Evolution temporelle de la sensibilité au Manning sur la station 2.

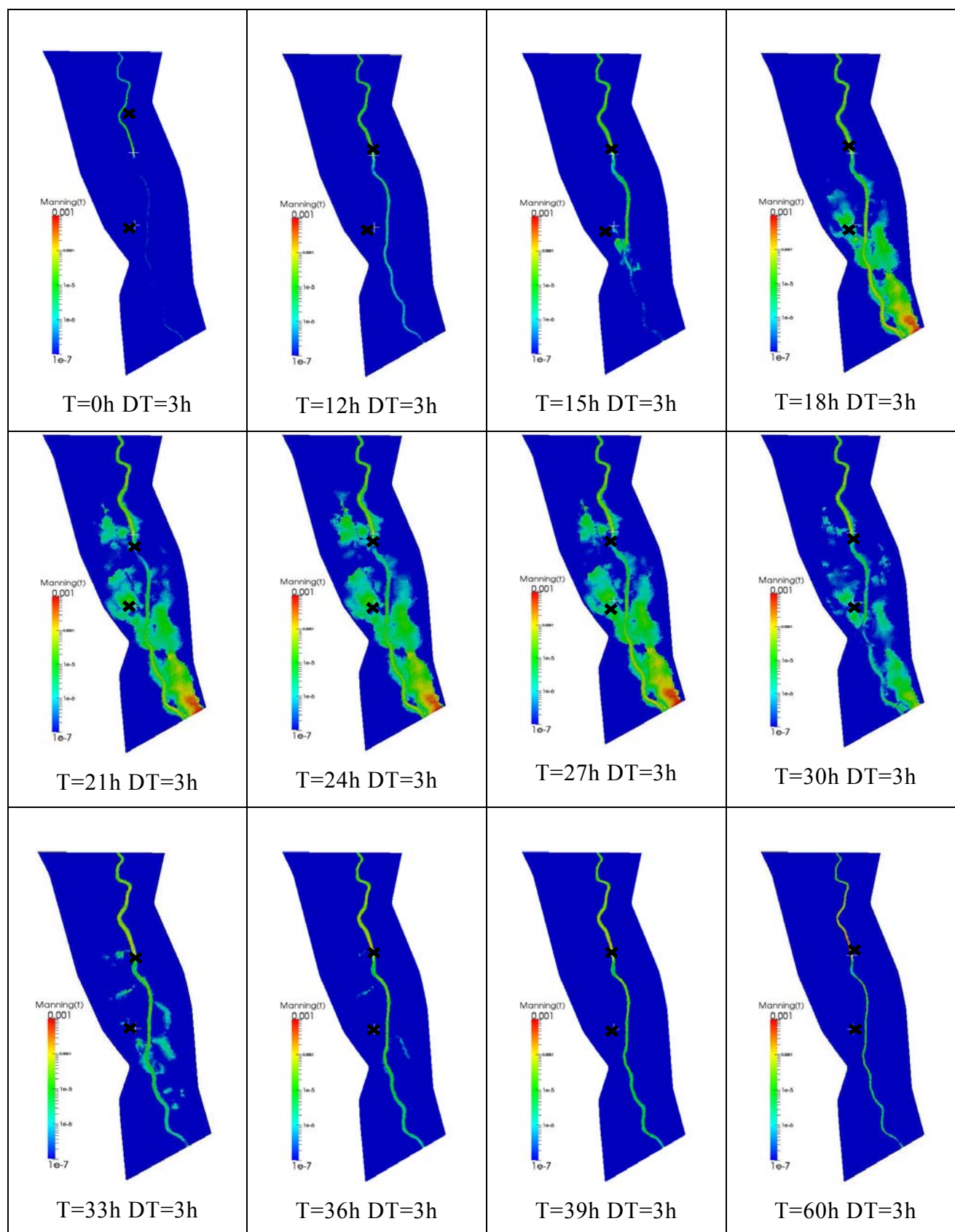


Figure 5-62 : Evolution temporelle de la sensibilité au Manning sur les stations 1 et 2 combinée

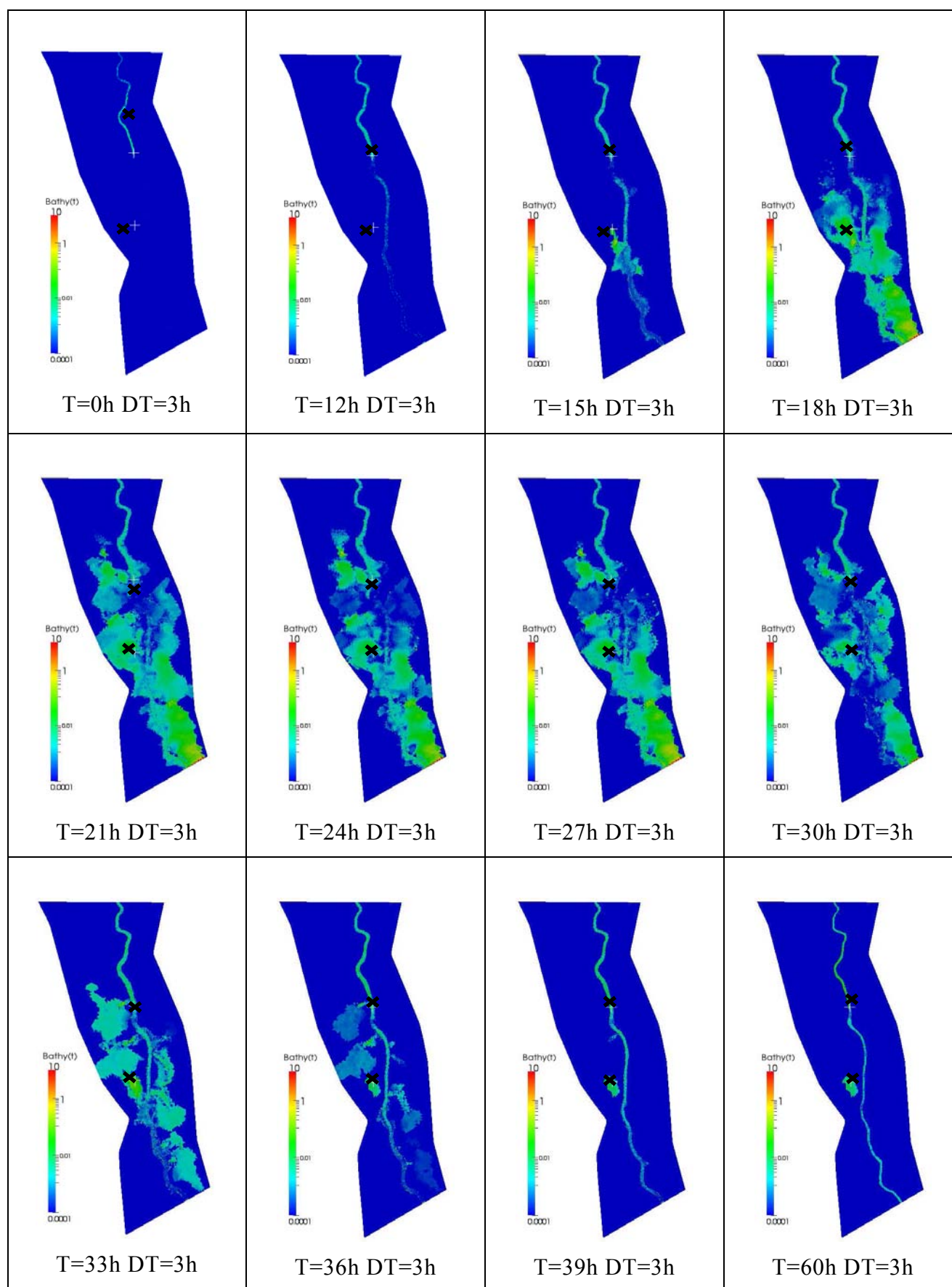


Figure 5-63 : Evolution temporelle de la sensibilité à la bathymétrie sur les stations 1 et 2.

Les Figure 5-60 à Figure 5-63 montrent des évolutions de cartes de sensibilité de la hauteur d'eau en un ou plusieurs points « de mesure » à un paramètre du modèle. Ce paramètre peut être très classiquement le frottement au fond de la rivière, mais aussi, ce qui est moins habituel, la bathymétrie du cours d'eau Figure 5-63.

Nous avons aussi choisi de présenter des cartes de sensibilité de hauteur, mais, puisque toutes les variables sont « dérivées » par la méthode de l'adjoint, nous aurions pu aussi analyser la sensibilité de la vitesse ou du débit à tous les paramètres du modèles avec la même méthode.

La Figure 5-60 montre le comportement d'une station de mesure de hauteur d'eau virtuelle placée dans le lit mineur, la station 1. Tant que la crue n'est pas débordante la hauteur d'eau en ce point ne dépend que du frottement dans le lit mineur à l'aval du point de mesure. C'est un résultat classique en hydraulique fluviale qu'il est important de retrouver : la ligne d'eau est contrôlée par la condition limite à l'aval.

Dès que la crue devient débordante $T=18h$, ce qui se passe à l'amont devient aussi important qu'à l'aval. On note même, que le débordement en rive droite à l'amont du domaine, est ce qui contrôle majoritairement la hauteur d'eau sur la station qui se situe 1.5km en aval. On retrouve des éléments du chapitre 6 qui montre que la répartition du frottement à l'amont, donc des débits et des hauteurs d'eau, est un élément majeur dans la prédiction des hauteurs d'eau dans le domaine.

Entre $T=18h$ et $T=27h$, au paroxysme de la crue, on voit l'importance que prend, en rive gauche, le débordement au pont de Lézat. On montre à nouveau que la hauteur à notre station dépend du frottement et de la dynamique de propagation de la crue. C'est un résultat assez peu classique pour un hydraulicien qui est de montrer l'importance relative de la distribution spatiale du frottement sur la hauteur d'eau en un point du lit mineur. Ici le frottement loin du point de mesure et du même ordre d'importance à proximité du point de mesure.

A partir de $T=30h$, la rivière regagne son lit et on note que l'influence du frottement dans le lit mineur redevient équilibrée entre amont et aval. Ceci fait écho avec ce qui se passait pour $T \leq 12h$ où majoritairement le contrôle aval comptait. On peut donc penser que le régime permanent n'était pas tout à fait établi dans le domaine étudié. On voit toute la puissance potentielle de cette analyse de sensibilité qui renseigne tout aussi bien sur les conditions d'écoulements que sur des problèmes de conditions initiales.

La Figure 5-61 montre le comportement d'une station de mesure de hauteur d'eau virtuelle placée dans le lit majeur à l'aval du pont de Lézat, la station 2. Tant qu'il n'y pas d'eau en ce point, aucune sensibilité n'est notée...

A partir de $T=18h$, dès que la crue devient débordante, les résultats sont différents de ce que l'on observe en lit mineur. Les zones où le frottement est important sont équilibrées entre l'amont, le voisinage immédiat de la mesure et l'écoulement rive droite à l'aval du pont. Ceci traduit le fait que la répartition des frottements, donc des débits, au droit du pont, conditionne la hauteur d'eau en tous points du domaine. L'influence amont est quantitativement aussi importante que l'influence aval.

Après $T=30h$, On retrouve la situation décrite avant $T=18h$.

La Figure 5-62 combine dans la fonction coût les deux points de mesures décrits précédemment. On retrouve globalement la même analyse. Les deux mesures ont une importance similaire dans le sens où l'on visualise des informations semblables : importance de la condition à la limite amont, de l'écoulement dans le lit majeur au droit du point de mesure et à l'aval dans le lit mineur.

D'un point de vue pratique ceci est important : une station de mesure dans le lit mineur apporte une information sur l'ensemble de l'écoulement, résultat attendu. Une station de mesure dans le lit majeur apporte aussi de l'information dès qu'elle est en eau. Ces informations sont

complémentaires et renseignent plus particulièrement sur la dynamique de l'inondation dans les zones où elles sont implantées.

La Figure 5-63 reprend ce qui a été exposé Figure 5-62 mais traite de la sensibilité de la hauteur d'eau à la bathymétrie. Les résultats paraissent globalement semblables et on retrouve des éléments similaires lorsque l'on analysait le frottement. On peut en déduire que, fort logiquement, au travers du frottement ou de la bathymétrie, c'est le débit qui est analysé. Cependant on voit ressortir des zones qui n'étaient pas présentes jusque-là. Par exemple à l'aval de la station 1 en rive droite, l'allure du fond du lit majeur prend une importance considérable à partir de $T=21h$. Donc, plus que la vitesse d'écoulement (frottement) c'est la géométrie du lit majeur (bathymétrie) qui domine cette étude de sensibilité.

L'analyse de sensibilité station par station, combinées ou non, des paramètres du modèle ou des éléments constitutifs de la géométrie, sont autant d'informations que le modélisateur peut intégrer dans sa réflexion. Il pourra ainsi savoir où porter son effort pour mieux comprendre la dynamique de l'écoulement : raffinement du maillage, mesure de terrain, etc...

5.5.3 Cartes de sensibilité intégrée temporellement au Manning

Les cartes de sensibilité Figure 5-64 à Figure 5-68 sont obtenus de manière similaire, mais intégrées sur toute la période temporelle. Nous nous intéressons, à nouveau, au Manning n et à la bathymétrie z_b .

Pour la station 1 Figure 5-64, ceci permet de relativiser les résultats précédents qui traitaient de la dynamique temporelle. En fait la hauteur en cette station, sur la durée de la crue est majoritairement contrôlée par l'écoulement dans le lit mineur aval.

Pour la station 2 Figure 5-65, la situation est moins contrastée. Dans ce cas c'est l'écoulement au droit de la station, mais aussi sous le pont de Lézat qui pilote l'écoulement. A nouveau c'est la répartition des frottements, donc des débits qui est en cause. Le traitement de l'écoulement secondaire qui va se produire au droit du pont est donc primordiale sur la dynamique de crue dans la zone inondable en rive gauche. C'est un résultat attendu, mais l'analyse de sensibilité permet ici, de quantifier son importance.

Pour la station 3 Figure 5-66, à l'amont du pont de Lézat, c'est pratiquement l'écoulement au droit du pont et à l'aval de celui-ci qui contrôle la hauteur à cette station de mesure. Malgré tout, la carte de sensibilité est assez uniformément répartie. Un point d'analyse bien placé permet d'explorer tout l'écoulement. Sa position est a priori difficile à déterminer.

L'analyse combinée de ces informations Figure 5-67 fait ressortir les éléments précédents en comparant leurs importances relatives. Ressort en premier l'écoulement à l'aval de la station 3, donc la condition à la limite aval, puis l'aval de la station 3, donc l'écoulement sous le pont, puis l'amont de la station 2, donc l'écoulement dans le lit majeur autour de cette station, enfin la condition à la limite amont et la répartition des flux entre lit mineur et lit majeur en rive gauche.

Dans la pratique cette étude de sensibilité permet de classer les problèmes et savoir où porter ses efforts pour améliorer ses résultats.

Enfin la Figure 5-68 s'intéresse à la carte de sensibilité à la bathymétrie sur les 3 stations combinées sur l'ensemble de l'évènement. Cette fois la carte est assez uniforme. La sensibilité à la bathymétrie est pratiquement la même en tous points où l'eau coule. C'est donc le frottement qui domine lorsque que l'on s'intéresse à l'intégralité de la période temporelle.

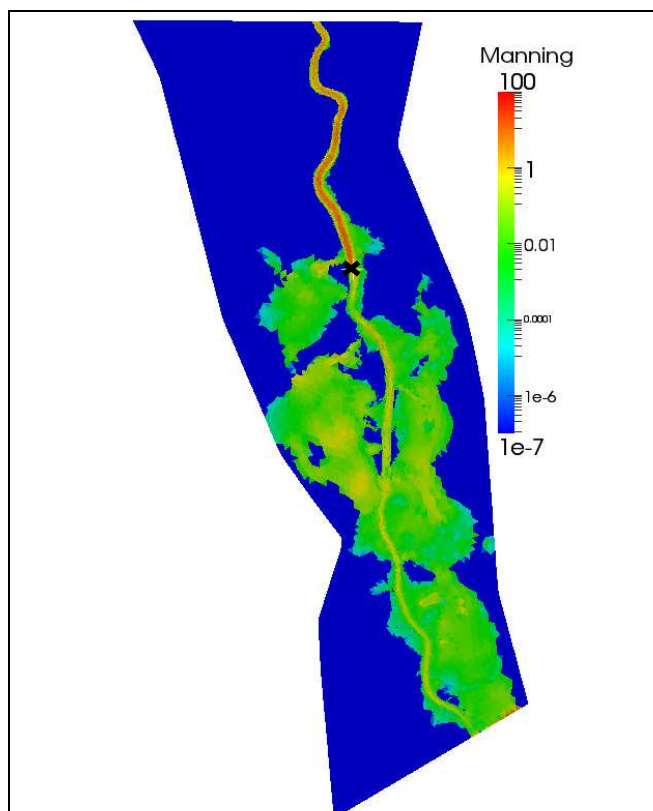


Figure 5-64 : Carte de sensibilité au Manning sur la station d'observation 1.

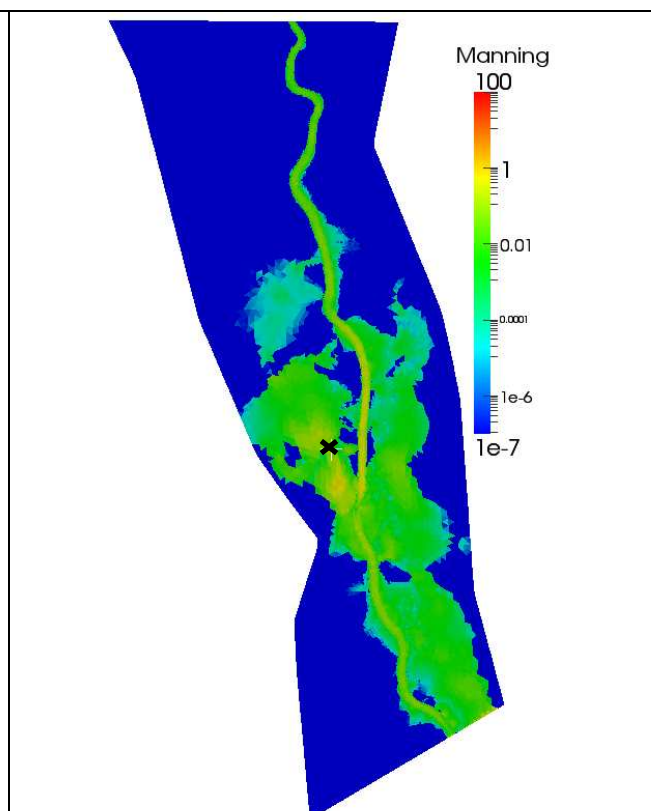


Figure 5-65 : Carte de sensibilité au Manning sur la station d'observation 2.

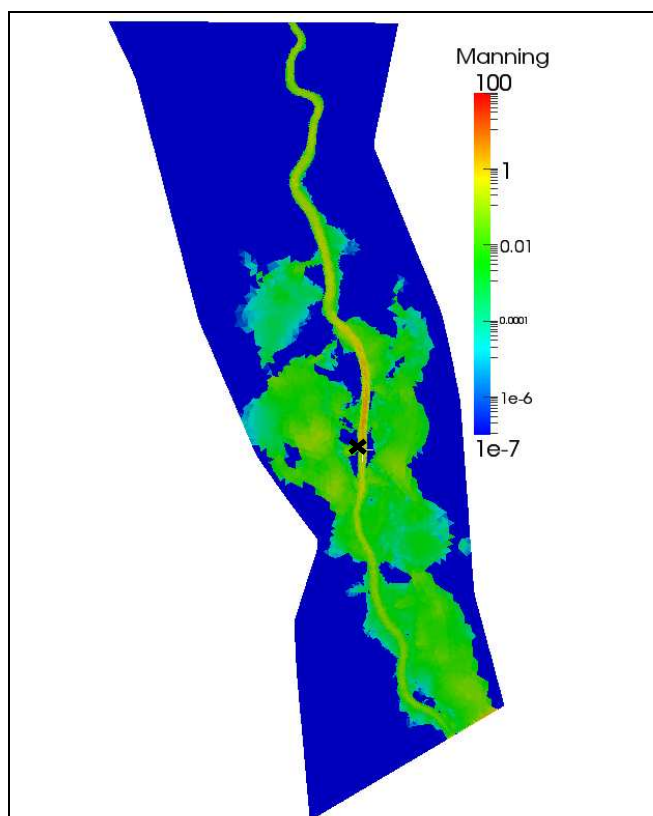


Figure 5-66 : Carte de sensibilité au Manning sur la station d'observation 3.

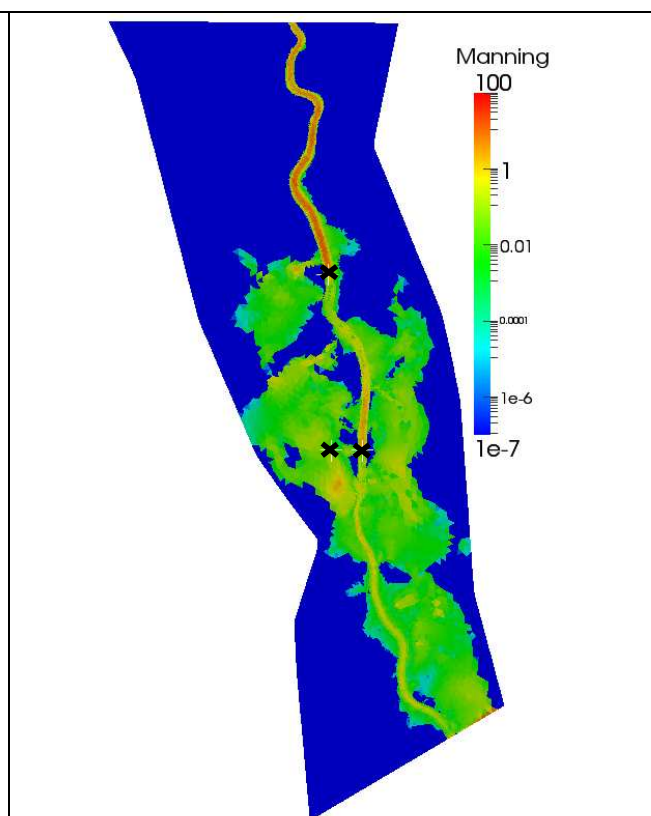


Figure 5-67 : Carte de sensibilité combinée au Manning sur les stations 1, 2, et 3.

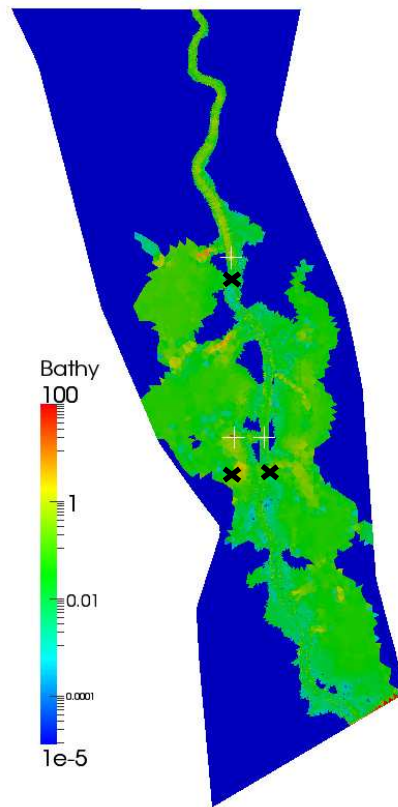


Figure 5-68 : Carte de sensibilité à la bathymétrie sur les 3 stations combinées.

5.6 Conclusion partielle

Tout d'abord, on peut constater globalement l'impact de la densité du maillage et de précision de la topographie. En général le maillage le moins dense rf0 et la topographie LIDAR propose des solutions différentes des autres traitées. L'approche avec le LIDAR conduit à une dynamique d'invasion simplement parce des reliefs de terrains comme les petits fossés et les sillons, dans le sens de l'écoulement ou perpendiculaire à celui-ci, sont représentés.

La dynamique d'invasion est largement influencée par le couple schéma numérique et densité du maillage. En effet l'aspect diffusif dû au schéma numérique peut être compensé par la précision de maillage. Par contre la dynamique de propagation sur sol sec ou des gradients locaux importants de surface libre qui peuvent apparaître, sont très partiellement abordés dans cette étude et mériteraient d'être plus précisément étudiés. Ceci conditionne par exemple les débordements sur des points faibles des digues ou la répartition des flux au droit d'un pont, problèmes que nous avons soulignés.

Du côté des conditions aux limites on note bien sûr leur importance, mais aussi les améliorations qui pourraient être faites (certaines sont en cours d'implémentation dans DassFlow). Dans des cas réels, on ne peut pas toujours choisir judicieusement leur position géographique. Le traitement d'une condition à la limite amont ou aval comportant deux entrées (ou sorties) non pérennes est particulièrement délicat et des solutions peuvent être proposées. En tous les cas, toute la dynamique de la crue peut en être modifiée.

Les études de sensibilités montrent l'importance relative d'un paramètre sur la hauteur d'eau en un point, par exemple. Ces études sont riches en informations et permettent de mieux com-

prendre l'impact cartographique de chaque composante du modèle : hauteur, vitesse, débit, frottement bathymétrie. Ce type d'étude devrait être considéré comme un préalable à l'analyse des écoulements 2D, et les codes du type DassFlow sont dans ce sens des outils d'avenir. De plus cette analyse permet d'optimiser l'emplacement d'une station de mesure en fonction du but recherché. C'est, à notre connaissance, un apport original des études de sensibilités cartographiées dans le temps et dans l'espace.

6 Perspectives

Dans le cadre des travaux menés lors de l'ANR AMAC, l'équipe de recherche de l'IMFT est amenée à continuer ce travail en s'intéressant aux contraintes pour produire une information pertinente, non seulement à l'échelle de la ville, mais aussi à des échelles plus petites comme la rue ou le pâté de maisons.

Cet objectif est obtenu en testant les inondations sur deux modèles successifs : un modèle global dense, qui calcule la propagation de la crue dans toute la zone inondée de la ville (environ 2 km²), puis un modèle local axé sur un îlot (environ 5 hectares) qui est soumis aux conditions aux limites calculées par le modèle précédent. Ainsi, la modélisation de l'inondation dans le domaine local est régie par les conditions aux limites instationnaires interpolées à partir du modèle global.

Le Modèle Numérique de Terrain (MNT) de la localité de Tournefeuille (31) est réalisé à partir d'une campagne de mesures topographiques par LIDAR et exploité ici avec toute sa finesse.

La crue modélisée est celle de 2003 sur Tournefeuille. Elle faisait suite à une pluviométrie non exceptionnelle mais de longue durée (14 jours) et elle a révélé que des zones non répertoriées comme inondables ont été recouvertes d'eau. La zone choisie se trouve à Tournefeuille, petite ville située à l'ouest de Toulouse sur les bords du Touch, un affluent de la Garonne. Sa localisation est donnée sur la Figure 6-1.

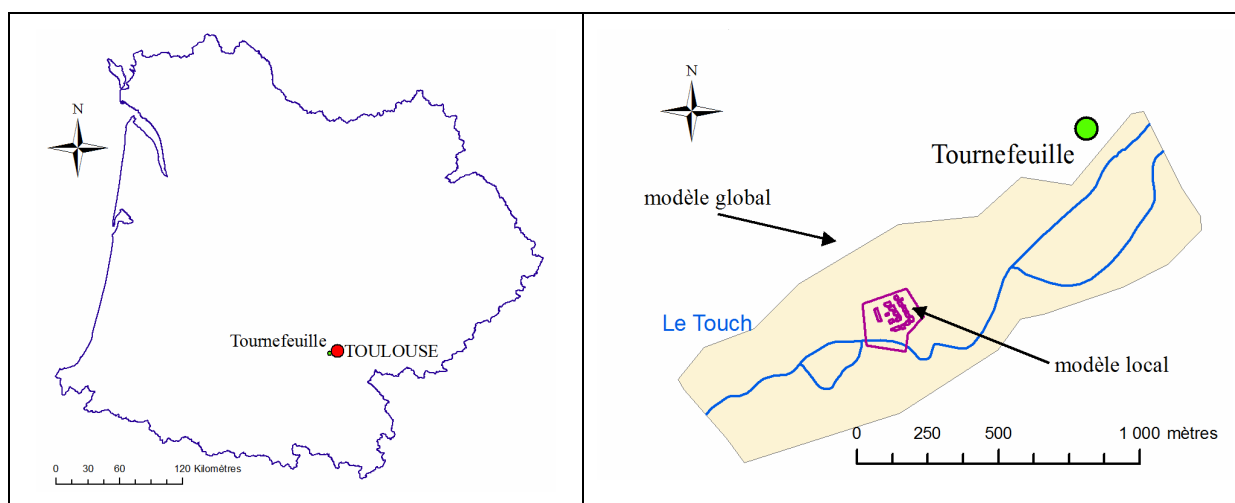


Figure 6-1 : Localisation générale de la zone d'étude

La topographie de la zone est reproduite par un maillage triangulaire de densité variable basée sur les lignes de niveau à 0.20m d'espacement. L'habitat est intégré sous forme d'îles (zones insubmersibles) importées à partir de la BD topo d'IGN. La taille des mailles varie de 0.2 m à 7 m et le maillage final comprend 231 814 mailles. L'altitude des points pour ce modèle général est obtenue par projection du maillage sur une triangulation bâtie à partir de données LIDAR dédensifiées sachant que la densité de la mesure LIDAR est de 5 points/m² en moyenne. Le maillage du modèle global ainsi obtenu pour le calcul initial est représenté sur les Figures 6-2 et 6-3.

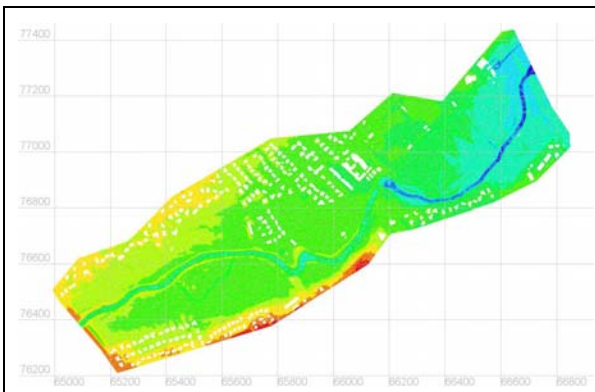


Figure 6-2 : Zone du modèle global



Figure 6-3 : Détail du maillage

Un exemple du champ d'inondation obtenu est représenté sur la Figure 6-4.

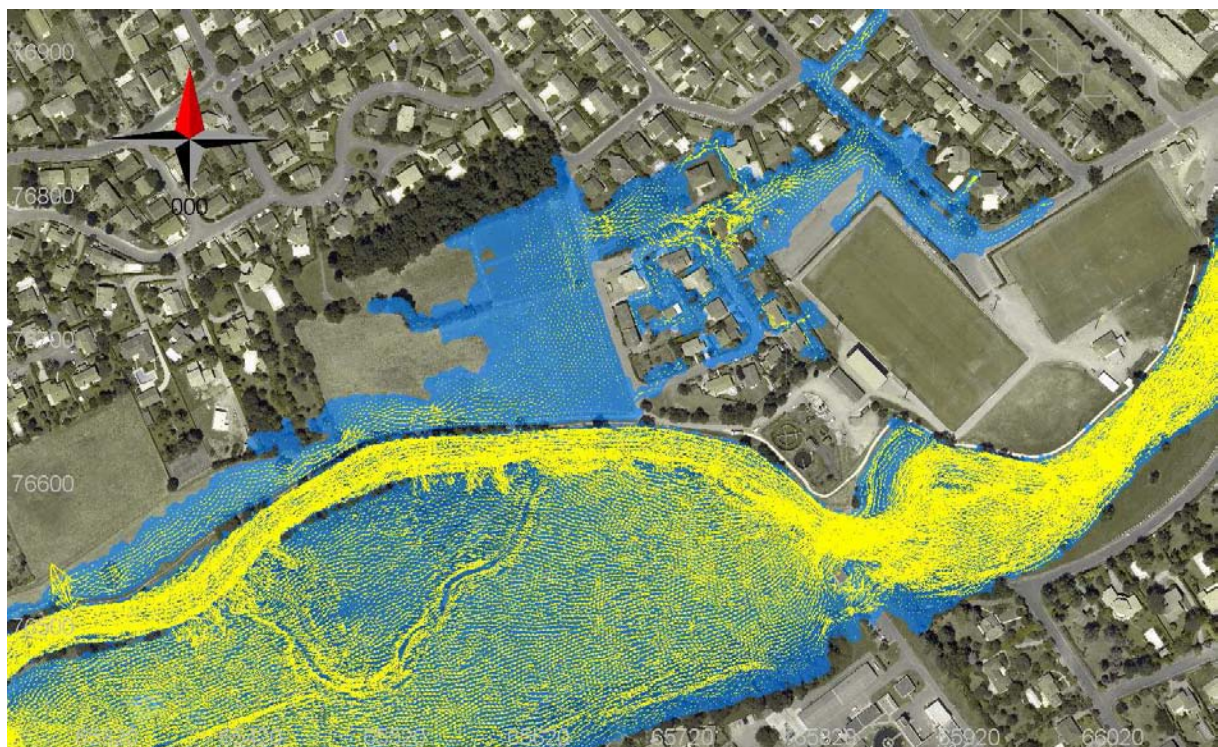


Figure 6-4 : Inondation générale - zone inondée et champ de vitesses

Le pâté de maisons situé en rive gauche constitue la zone du modèle local. Il est maillé en utilisant des tailles de maille de l'ordre 0.20m dans toute la zone des habitations et de 4 m au-delà. Le maillage obtenu comporte 47 640 nœuds et 93 072 mailles et est représenté sur la Figure 6-5 superposé avec une ortho-photographie à 0.5m de résolution.

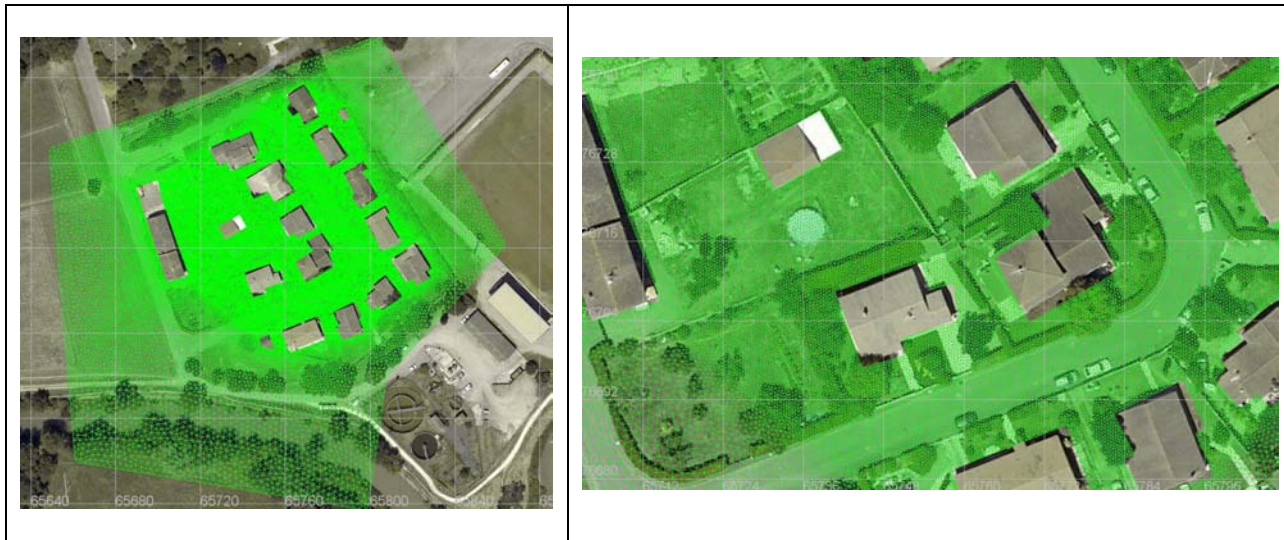


Figure 6-5 : Le maillage local

Les cotes Z des nœuds ont été fixées par projection des points LIDAR haute densité Figure 6-6 (environ 280 000 points sur la zone locale). La différence de densité entre les points sol LIDAR bruts et ceux utilisés est illustré Figure 6-7.

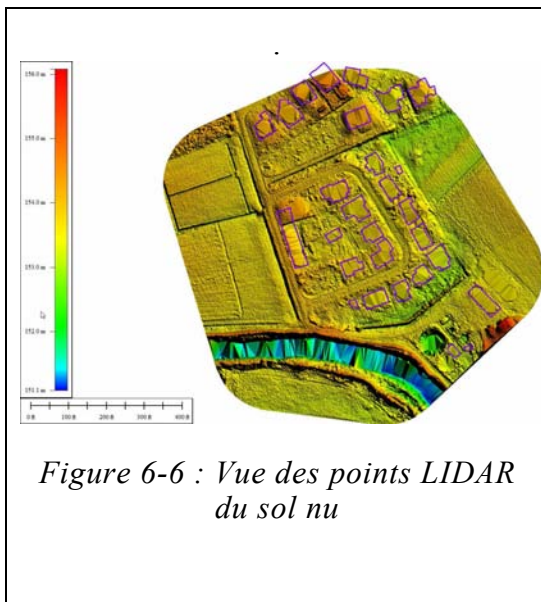


Figure 6-6 : Vue des points LIDAR du sol nu

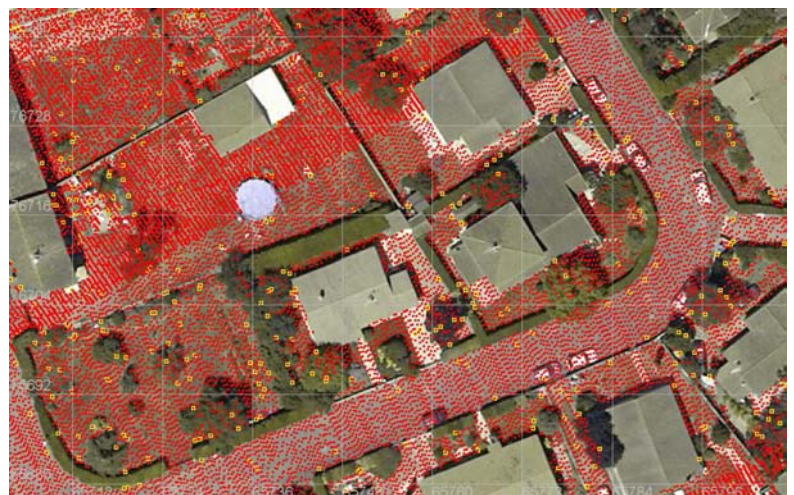


Figure 6-7 : Points LIDAR en rouge - MKP en jaune

La comparaison visuelle des deux maillages est illustrée sur la Figure 6-8.

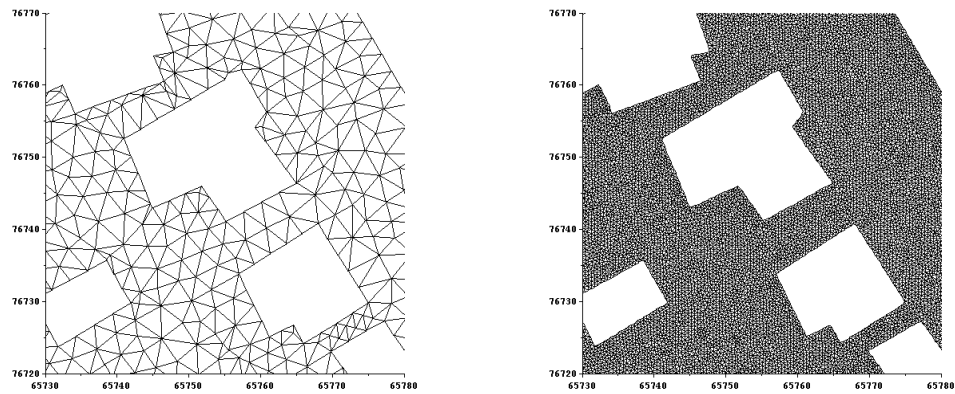


Figure 6-8 : Les 2 maillages : général à gauche - local à droite

Sont présentées sur les Figure 6-9 Figure 6-10 Figure 6-11 des vues de la submersion du quartier aux mêmes instants, à gauche les résultats du maillage général, à droite ceux du maillage local.

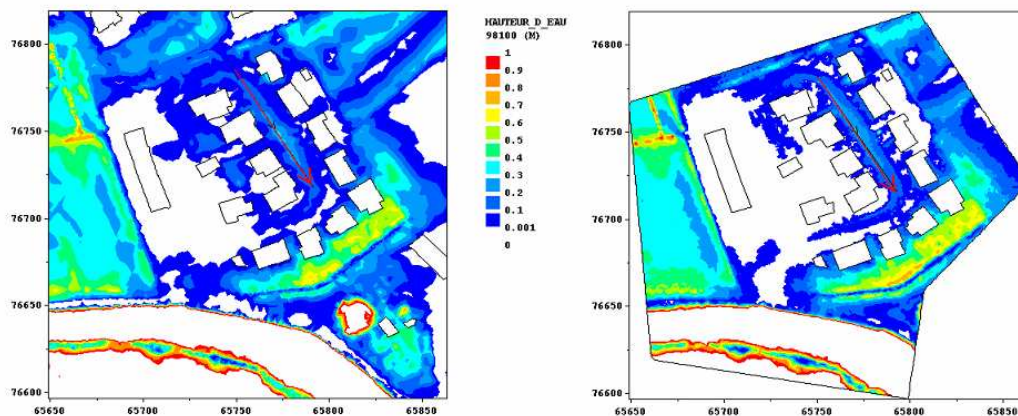


Figure 6-9 : Comparaison des hauteurs d'eau

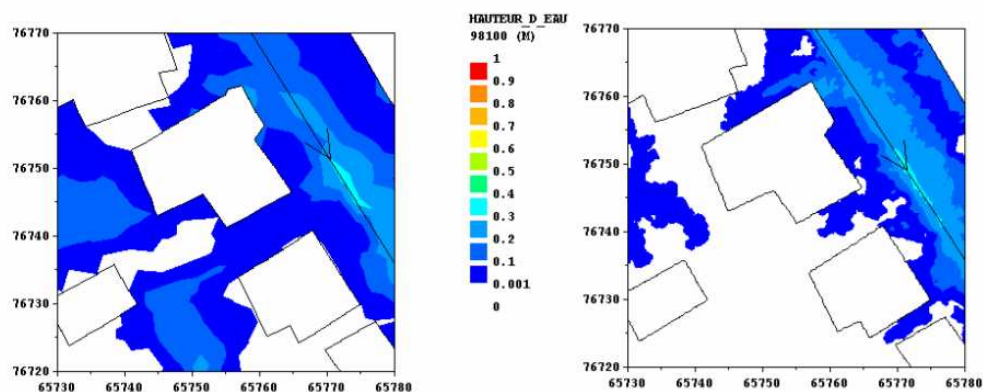


Figure 6-10 : Zoom sur les hauteurs d'eau entre deux maisons

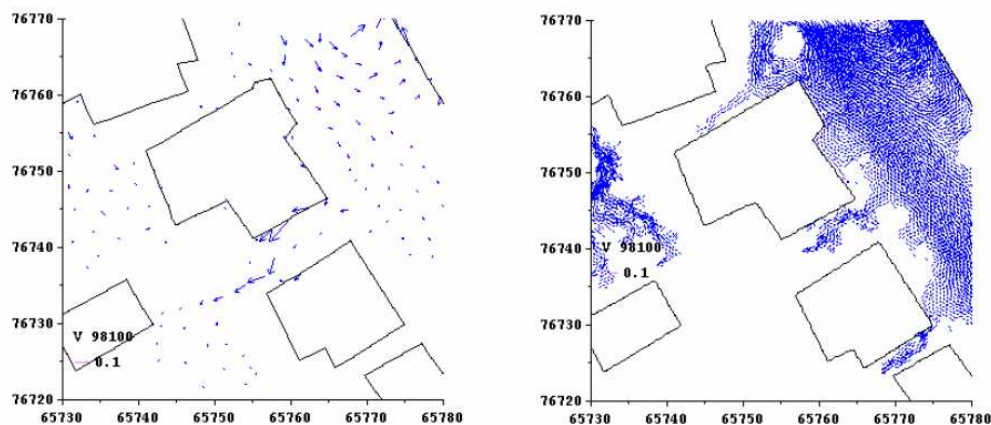


Figure 6-11 : Zoom sur les vitesses entre deux maisons

Le modèle global est déjà un modèle à haute résolution rarement utilisé pour des simulations de champs d'inondation. Toutefois, un degré de précision et d'échelle est franchi par le modèle local dont la finesse du maillage se rapproche de la densité de points de topographie du LIDAR. Les figures précédentes révèlent clairement aux mêmes pas de temps la différence dans l'inondation des rues du quartier et donne une description très fine de la courantologie autour des maisons.

Le développement technologique présenté démontre que la modélisation hydraulique haute définition est maintenant envisageable ce qui signifie qu'il pourrait être désormais possible de reproduire finement la propagation d'une onde de crue en zone urbaine avec la possibilité de « zoomer » au droit de chaque pâté de maisons. Ceci associé aux progrès en imagerie 3D photo réaliste montre qu'il est désormais possible de présenter de façon naturelle et interactive ces phénomènes complexes.

Cependant les problématiques de maillages, topographies, et type de résolution des écoulements à surface libre, que nous avons mis en évidence tout au long du document, viennent tempérer la qualité des résultats présentés dans ces perspectives. Un travail de validation à ces échelles est nécessaire et n'est pas à notre connaissance effectué. En effet, les problèmes rencontrés aux échelles supérieures n'ont aucune raison de ne pas apparaître à ces échelles très fines et vont conditionner, par exemple, la dynamique d'invasion d'un quartier et déterminer la façon dont l'onde de crue va se propager et impacter les habitants.

7 Conclusion

Nous avons étudié dans cette thèse différents aspects associés à la modélisation des écoulements en eaux peu profondes. La démarche que nous avons adoptée, est à la fois académique et pragmatique. En effet les codes utilisés ou développés sont confrontés à des cas tests de la littérature, puis les résultats sont comparés sur une étude hydraulique complexe. La complexité tient dans le domaine d'étude choisi, mais aussi dans les différents types de bathymétries utilisées, et enfin aux études de sensibilités que nous avons menées.

Afin de répondre à ces objectifs globaux, les premiers chapitres reprennent des aspects bibliographiques associés à la résolution des équations de Saint-Venant à deux dimensions, à la théorie de l'assimilation variationnelle de données et aux études de sensibilités qui en découlent.

Il en ressort la nécessité d'évaluer DassFlow, développé à l'université de Toulouse (principalement à l'IMT mais aussi à l'IMFT), dans le cadre d'un contexte simplifié où nous disposons de solution analytique. Il en résulte aussi la nécessité d'utiliser Telemac 2D qui résout les mêmes équations, mais avec un schéma et un ordre de résolution différents. Au cours du manuscrit ces codes sont soit comparés aux solutions analytiques, soit comparés entre eux.

L'évaluation en contexte simplifié montre les difficultés pour résoudre proprement ces écoulements. Nous retrouvons le compromis classique en « diffusion numérique » permettant de lisser les chocs et ordre plus élevé des schémas qui risquent de créer des sur-oscillations donc des instabilités. Une conséquence moins souvent analysée est aussi la mise en évidence d'une propagation de crue plus rapide du front d'inondation. Il en résulte la qualification de ces codes et une sorte d'adéquation entre schéma et maillage pour résoudre ces problèmes académiques.

Ces deux codes sont ensuite comparés sur un site expérimental au sud de Toulouse où de nombreux problèmes difficiles à résoudre du point de vue hydraulique à surface libre sont concentrés : possibilité pour la condition à la limite amont d'être débordante, création possible d'un lit secondaire d'écoulement au milieu du domaine, un pont peut créer un contrôle interne, et enfin la condition à la limite aval est régit par une relation hauteur débit capable d'absorber le second lit. Afin d'étudier finement cette zone, deux bathymétries sont étudiées : l'une classique issue d'informations IGN, l'autre fine issue d'un relevé LIDAR. Quatre maillages, prenant en compte les résultats précédents, sont définis, puis utilisés.

Nous avons volontairement synthétisé les résultats pour montrer les différences notables qui peuvent être observées et analyser l'origine de ces différences.

Il apparait que des dynamiques d'inondation très différentes peuvent être obtenues, soit à cause d'un maillage trop lâche, soit à cause d'une condition à la limite décrite non suffisamment précisément ou soit à l'impact du schéma numérique.

Nous montrons que l'impact d'une bathymétrie plus précise, qui révèle des topographies locales très différentes, conditionne des dynamiques d'invasions très différentes.

De même, les différentes études de sensibilité sont utilisées pour expliquer la distribution géographique du paramètre qui influence la mesure de la hauteur d'eau en un point du domaine. Cette analyse permet de corroborer les analyses précédentes tout en apportant un re-

gard comparatif sur l'influence d'une information tant du point de vue géographique que temporelle. Elle est un préalable nécessaire à l'assimilation de données et permet de localiser un point de mesure où l'utilisation du contrôle optimal pourra effectivement avoir une action sur tout le domaine.

Quelques perspectives montrent le potentiel de l'imagerie haute-résolution tant du point de vue bathymétrique que du point de vue visualisation. Des pistes de recherche sont proposées telle que la modélisation sous-maille pour traiter des problèmes très localisés et exploiter au mieux l'information LIDAR.

Cependant, des contraintes techniques et théoriques restent à résoudre. Du point de vue technique : la parallélisation du code, qui est cours d'achèvement ; une méthodologie indispensable, pour traiter la densité d'informations disponibles et le traitement des artefacts que cela peut introduire. Cette nouvelle densité d'information introduit aussi des problèmes théoriques qu'il est difficile d'ignorer. La modélisation de nos équations en deux dimensions est-elle toujours valable ? Cette assertion est couramment retenue en hydraulique fluviale, mais à ces échelles de singularités, elle mérite d'être reposée. La dynamique d'invasion de la plaine inondable ou du quartier est-elle bien représentée ?

Nous avons commencé à traiter ce problème en regardant l'interaction qui existe entre le maillage, le modèle et la bathymétrie. Mais il existe toujours des problèmes théoriques relatifs à la propagation du front sec, c'est-à-dire de la dynamique d'invasion de la plaine d'inondation.

Quand doit-on utiliser des schémas d'ordre supérieur et pour quel gain pratique, quand doit-on raffiner le maillage et pour quel gain pratique, quand doit-on raffiner la topographie et pour quel gain pratique, quand doit-on utiliser l'assimilation de données et pour quel gain pratique ? Ce document apporte certaines réponses, mais des champs de questions restent ouverts.

8 Bibliographie

- Audusse, E. (1999). "Schémas cinétiques pour le système de Saint-Venant.," Université Paris 6.
- Audusse, E. (2005). "A multilayer Saint-Venant model: Derivation and numerical validation." *Discrete and Continuous Dynamical Systems-Series B*, 5(2), 189-214.
- Audusse, E., Bouchut, F., Bristeau, M. O., Klein, R., and Perthame, B. (2004). "A fast and stable well-balanced scheme with hydrostatic reconstruction for shallow water flows." *Siam Journal on Scientific Computing*, 25(6), 2050-2065.
- Bates, P. D., and De Roo, A. P. J. (2000). "A simple raster-based model for flood inundation simulation." *J. of Hydrology*, 236, 54-77.
- Bermudez, A., Dervieux, A., Desideri, J.-A., and Vazquez, M. E. (1998). "Upwind schemes for the two-dimensional shallow water equations with variable depth using unstructured meshes." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 155(1&2), 49-72.
- Bermudez, A., and Vazquez, M. E. (1994). "Upwind methods for hyperbolic conservation laws with source terms." *Computers & Fluids*, 23(8), 1049-1071.
- Bouchut, F. (2005). *Nonlinear Stability of Finite Volume Methods for Hyperbolic Conservation Laws: and Well-Balanced Schemes for Sources*
- Bouchut, F. (2007). "Chapter 4 efficient numerical finite volume schemes for shallow water models." *Nonlinear Dynamics of Rotating Shallow Water : Methods and Advances*, V. n Zeitlin, ed., 189 – 256.
- Bougel, J. F., Francez, L., and George, P. L. (1993). "Generation de maillages quadrangulaires en utilisant une methode de type frontal."
- Chow, V. T. (1959). *Open-channel Hydraulics*, Mc Graw-Hill, New-York, USA.
- Cobby, D. M., Mason, D. C., and Davenport, I. J. (2001). "Image processing of airborne scanning laser altimetry data for improved river flood modelling." *Isprs Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 56(2), 121-138.
- Colebrook, C. F., and White, C. M. (1937). "The Reduction of Carrying Capacity of Pipes with Age." *Journal of The Institution of Civil Engineers*, 7(1), 99–118.
- Darcy, H., and Bazin, M. H. (1865). *Recherches expérimentales sur l'écoulement de l'eau dans les canaux découverts*, Imprimerie impériale, Paris.
- Delestre, O. (2010). "Simulation du ruissellement d'eau de pluie sur des surfaces agricoles," Université d'Orléans, Orléans.
- Ding, Y., Jia, Y. and Wang, S.S.Y., 2004, "Identification of Manning's Roughness Coefficients in Shallow Water Flows". *J. Hydr. Eng. ASCE*, 130(6), 501-510.
- EDF, R. D., and SOGREAH. (2010). "TELEMAC Modelling System 2d Hydrodynamics Version 6.0 Validation Document."
- Fernandez-Nieto, E. D., Marin, J., and Monnier, J. (2010). "Coupling superposed 1D and 2D shallow-water models: Source terms in finite volume schemes." *Computers & Fluids*, 39(6), 1070-1082.
- Gilbert, J. C., and C. Lemarechal. (1989). "Some numerical experiments with variable-storage quasi-Newton algorithms." *Math. Program.*, 45(3), 407-435.
- Goutal, N., and Maurel, F. "Technical report." *2nd workshop on dam-break wave simulation*.
- Greenberg, J. M., and Leroux, A. Y. (1996). "A well-balanced scheme for the numerical processing of source terms in hyperbolic equations
<http://dx.doi.org/10.1137/0733001>." *SIAM J. Numer. Anal.*, 33(1), 1-16.
- Hardy, R. J., Bates, P. D., and Anderson, M. G. (1999). "The importance of spatial resolution in hydraulic models for floodplain environments." *J. of Hydrology*, 216, 124-136.

- Harten, A., Engquist, B., Osher, S., and Chakravarthy, S. R. (1997). "Uniformly High Order Accurate Essentially Non-oscillatory Schemes, III." *Journal of Computational Physics*, 131(1), 3-47.
- Harten, A., Osher, S., Engquist, B. r., and Chakravarthy, S. R. (1986). "Some results on uniformly high-order accurate essentially nonoscillatory schemes." *Applied Numerical Mathematics*, 2(3&5), 347-377.
- Hervouet, J.-M. (2007). *Hydrodynamics Of Free Surface Flows: Modelling With The Finite Element Method*, Wiley.
- Hervouet, J. M. (2000). "TELEMAC modelling system: an overview." *Hydrological Processes*, 14(13), 2209-2210.
- Honnorat, M., Lai, X., Monnier, J. e. o., and Le Dimet, F. c.-X. (2006). "Variational Data Assimilation for 2D fluvial hydraulics simulations." *16th International Conference on Computational Methods in Water Resources, CMWR XVI, June, 2006*, 1-8.
- Horritt, M. S., and Bates, P. D. (2002). "Evaluation of 1D and 2D numerical models for predicting river flood inundation." *J. of Hydrology*, 268, 87-99.
- Horritt, M. S., Bates, P. D., and Mattinson, M. J. (2006). "Effects of mesh resolution and topographic representation in 2D finite volume models of shallow water fluvial flow." *Journal of Hydrology*, 329(1-2), 306-314.
- LeVeque, R. J. (1997). "Wave propagation algorithms for multidimensional hyperbolic systems." *Journal of Computational Physics*, 131(2), 327-353.
- Marche, F. (2007). "Derivation of a new two-dimensional viscous shallow water model with varying topography, bottom friction and capillary effects." *European Journal of Mechanics B/Fluids*, 26, 49-63.
- Marks, K., and Bates, P. (2000). "Integration of high-resolution topographic data with floodplain flow models." *Hydrological Processes*, 14(11-12), 2109-2122.
- Monnier, J., 2007. Modèles Numériques Directs et Inverses d'Écoulements de Fluides. Habilitation à Diriger les Recherches, INP-Ensimag, Grenoble, France, 113 p.
- Pappenberger, F., Beven, K., Horritt, M. and Blazkova, S., 2005, "Uncertainty in the calibration of effective roughness parameters in HEC-RAS using inundation and downstream level observations". *J. of Hydrology*, 302, 46-69.
- Romanowicz, R. & Beven, K., 2003, "Estimation of flood inundation probabilities as conditioned on event inundation maps", *Water Resources Research*, 39(3), 1-12.
- Roux, H. (2004). "Estimation de paramètres en hydraulique fluviale, à partir de données caractéristiques de l'imagerie aérienne," Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, Toulouse, France.
- Roux, H., and Dartus, D. "Estimating hydraulic parameters and geometric characteristics of a river from remote sensing data using optimization methods." *River Flow 2004, Second International conference on Fluvial Hydraulics*, Naples, Italy, 1443-1451.
- Roux, H. & Dartus, D., 2006, "Use of parameter optimization to estimate a flood wave: Potential applications to remote sensing of rivers". *J. of Hydrology*, 328(1-2), 258-266.
- Roux, H. & Dartus, D., 2008, "Sensitivity Analysis and Predictive Uncertainty Using Inundation Observations for Parameter Estimation in Open-Channel Inverse Problem", *J. Hydr. Eng. ASCE*, 134(5), 541-549.
- Saint-Venant, B. d. (1871). "Théorie du mouvement non permanent des eaux, avec application aux crues des rivières et à l'introduction des marées dans leur lit. ." *Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences*, 73, 237-240.
- Sampson, J. (2008). "Some solutions of the shallow water wave equations," University of Technology Swinburne Melbourne, Australia.
- Sampson, J. "A numerical solution for moving boundary shallow water flow above parabolic bottom topography." *4th Biennial Computational Techniques and Applications Conference 1, CTAC-2008*, C898-C911.
- Sampson, J., Easton, A., and Singh, M. (2006). "Moving boundary shallow water flow above parabolic bottom topography." *ANZIAM Journal: incorporating proceedings of the 7th Biennial Engineering Mathematics and Applications Conference (EMAC 2005)*, 47, C373-C387.

- Sarrate, J., and Huerta, A. (2000). "Efficient unstructured quadrilateral mesh generation." *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 49(10), 1327-1350.
- Shu, C.-W., and Osher, S. (1988). "Efficient implementation of essentially nonoscillatory shock-capturing schemes." *J. Comput. Phys.*, 77(2), 439-471.
- Strickler, A. (1923). "Beiträge zur Frage der Geschwindigkeitsformel und der Rauheitszähnen für Ströme, Kanäle und geschlossene Leitungen." *Mitteilungen des eidgenössischen Amtes für Wasserwirtschaft*, 16.
- Thacker, W. C. (1981). "Some exact solutions to the nonlinear shallow-water wave equations." *Journal of Fluid Mechanics Digital Archive*, 107(1), 499-508.
- Toro, E. F. (2001). *Shock-Capturing Methods Free-Surface Shallow Flows*, John Wiley & Sons Ltd.
- van Leer, B. (1979). "Towards the ultimate conservative difference scheme. V. A second-order sequel to Godunov's method." *Journal of Computational Physics*, 32(1), 101-136.
- Vazquez-Cendon, M. E. (1999). "Improved Treatment of Source Terms in Upwind Schemes for the Shallow Water Equations in Channels with Irregular Geometry." *Journal of Computational Physics*, 148(2), 497-526.
- Weber, J. F., and Menéndez, A. N. "Performance of lateral velocity distribution models for compound channel sections." *River Flow 2004, Second International conference on Fluvial Hydraulics*, Naples, Italy, 449-457.
- Wimmer, C., Siegmund, R., Schwabisch, M., and Moreira, J. (2000). "Generation of high precision DEMs of the Wadden Sea with airborne interferometric SAR." *Ieee Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 38(5), 2234-2245.